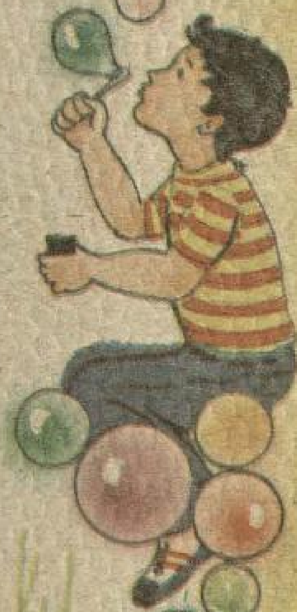
ریاضی 5





پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور



مُصنّفین:

شمشاد محمّد لودھی، ثنا اللہ بھٹی

خالد سلیم، شیخ محمّد اختر

ڈاکٹر خالد لطیف میر، ڈاکٹر محمّد کلیم

محمّد انور سعید

مُدیران: پروفیسر جی ایم ملک (مرحُوم)

مقصُود رضا احمد

نگران طباعت: مقصُود رضا احمد

نگران آرٹسٹ: محمد ظہیرُ الحق

السٹریشن، ڈیزائننگ، وپروسیسنگ:

سجّاد ظہیر اینڈ ایسوسی ایٹس،

ٹیکسٹ بک السٹریٹرز اینڈ پروسیسرز

مُسلم مسجد۔ لاہور

ناشر: نسیم سنز۔ اردو بازار، لاہور

مطبع: میگنا پرنٹنگ پریس اُردو بازار لاہور

ریاضی 5

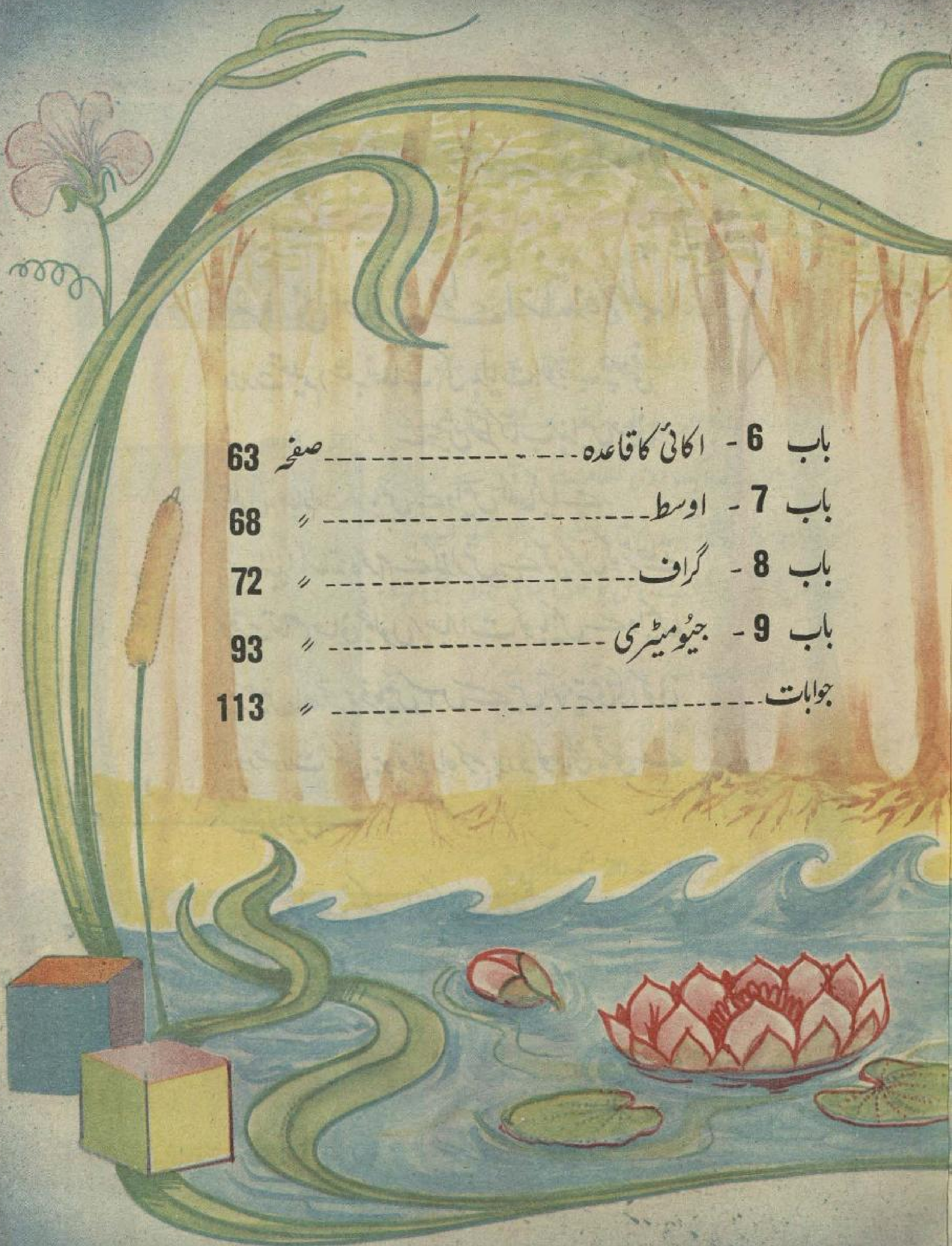




برائے

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

فہرست



ضروری اطلاع برائے اساتذہ \ طلبہ

وزارت تعلیم (شعبہ نصاب) کی ہدایات بموجب چٹھی نمبر Maths - 83 / 3-1 کو پیش نظر کتاب ہذا میں حسابی جملوں / عبارات کو بائیں سے دائیں لکھا گیا ہے۔

لہٰذا اساتذہ کرام سے گزارش ہے کہ بچوں کو پڑھاتے وقت تمام حسابی جملوں / عبارات کو بائیں سے دائیں پڑھیں اور تحریر فرمائیں۔ اس سلسلے میں اگر بہتری کی کوئی اور صورت ممکن ہو تو ازراہ کرم بورڈ کو اپنی قیمتی رائے سے نوازیں۔

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

بِسْمِ اللّٰہِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

باب 1

گنتی کا رومی نظام

گنتی کا مروجہ نظام اعشاری نظام یا ہندی عربی نظام کہلاتا ہے۔ اس نظام کے رائج ہونے سے پیشتر مختلف ممالک میں گنتی کے دوسرے نظام استعمال ہوتے تھے جو اعشاری نظام کے رواج پانے پر ختم ہو گئے۔ انہی پرانے نظاموں میں سے ایک رومی نظام ہے جو آج سے تقریباً اٹھارہ سو سال پیشتر ملک روم میں اِستعمال ہوتا تھا۔ اب یہ نظام تقریباً ختم ہو چکا ہے۔ اس کا تھوڑا سا اِستعمال باقی ہے۔

سامنے دِیے گئے جدوَل میں رومی اعداد اور اعشاری نظام میں ان کی قیمتیں لکھی گئی ہیں۔

اعشاری نظام میں علامات	رومی نظام میں علامات
1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1000	M

رومی نظام میں 1 سے 20 تک کے اعداد :

اعشاری عدد	رومی عدد	اعشاری عدد	رومی عدد	اعشاری عدد	رومی عدد	اعشاری عدد	رومی عدد
16	XVI	11	XI	6	VI	1	I
17	XVII	12	XII	7	VII	2	II
18	XVIII	13	XIII	8	VIII	3	III
19	XIX	14	XIV	9	IX	4	IV
20	XX	15	XV	10	X	5	V

چھوٹے رومی ہندسے:

رومی نظام میں ہندسوں کے لیے چھوٹے حرُوف بھی استعمال ہوتے ہیں۔ ایسی صُورت میں ہر عدد کو خطوط وحدانی کے درمیان لکھا جاتا ہے۔

پھوٹے حروف میں پہلے دس رومی اعداد یُوں لکھے جائیں گے۔

(i) , (ii) , (iii) , (iv) , (v)
(vi) , (vii) , (viii) , (ix) , (x)

نوٹ: چھوٹی قیمت والا ہندسہ بڑی قیمت والے ہندسے کے دائیں طرف تین سے زیادہ بار اور اُس کے بائیں طرف ایک سے زیادہ بار نہیں لکھا جاتا۔

مشق 1

(1) دِیے ہُوئے اعداد کو اعشاری نظام میں لکھیے۔

(i) XIII	(ii) XIX	(iii) IX	(iv) VIII
(v) XVIII	(vi) XIV	(vii) IV	(viii) XX

(2) دیے ہُوئے اعداد کو رومی نظام میں لکھیے۔

(i) 15	(ii) 6	(iii) 12	(iv) 16
(v) 17	(vi) 3	(vii) 8	(viii) 18

(3) اعداد پانچ سے دس تک کو چھوٹے رومی ہندسوں میں لکھیے۔

(4) مندرجہ ذیل اعداد کو دُرست کر کے لکھیے۔

(i) IIX	(ii) XIIII
(iii) IIV	(iv) VIIII

باب 2

اجزائے ضربی

6	=	1	×	6
	=	2	×	3

2.1 عاد :

اگر ایک عدد کسی دُوسرے عدد پر پُورا پُورا تقسیم ہو جائے تو دُوسرے عدد کو پہلے عدد کا عاد کہتے ہیں۔ اعداد

1, 2, 3, 4, 6, 12

میں سے ہر ایک، عدد 12 کو پُورا پُورا تقسیم کرتا ہے۔ اس لیے یہ اعداد، عدد 12 کے عاد ہیں جبکہ عدد 5 عدد 12 کا عاد نہیں ہے۔ کیونکہ عدد 5 عدد 12 کو پُورا پُورا تقسیم نہیں کرتا۔ اِسی طرح

7, 8, 9, 10, 11

بھی 12 کے عاد نہیں ہیں۔

مثال 1 : 18 کے تمام ممکن عاد معلوم کیجیے۔

حل : 18 کو پُورا پُورا تقسیم کرنے والے اعداد 18 کے عاد ہوتے ہیں۔

لہٰذا 18 کے عاد = 1, 2, 3, 6, 9, 18

آئندہ ہم " پُورا پُورا تقسیم ہو جاتا ہے " کی جگہ " تقسیم ہو جاتا ہے "
اور " پُورا پُورا تقسیم کرتا ہے " کی جگہ " تقسیم کرتا ہے " لکھیں گے۔

2.2 مُفرد اور مُرکّب اعداد :

ہم دیکھتے ہیں کہ

2 کے عاد = 1, 2

3 کے عاد = 1,3

5 کے عاد = 1,5

لہٰذا اعداد 5 , 3 , 2

کے صرف دو دو عاد ہیں۔ اِن میں سے ہر ایک کا ایک عاد '1' ہے دُوسرا وہ عدد خُود ہے۔

اگر کوئی عدد '1' سے بڑا ہو اور اس کے صرف دو عاد ہوں یعنی '1' اور وہ عدد بذاتِ خُود تو ایسے عدد کو **مفرد عدد** کہتے ہیں۔

ہم یُوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ مفرد عدد ایسا عدد ہوتا ہے جو

(i) '1' سے بڑا ہو اور

(ii) وہ '1' اور اپنے آپ کے علاوہ کسی اور عدد پر تقسیم نہ ہوتا ہو۔

پس معلوم ہُوا کہ

2, 3, 5 مفرد اعداد ہیں۔ اسی طرح آپ دیکھ سکتے ہیں کہ

7, 11, 13, 17 بھی مفرد اعداد ہیں۔

اگر کسی عدد کے عاد دو سے زیادہ ہوں تو اُسے **مُرکّب** عدد کہتے ہیں

مثلاً

4 کے عاد = 1, 2, 4

6 کے عاد = 1, 2, 3, 6

8 کے عاد = 1, 2, 4, 8

پس 4, 6, 8 میں سے ہر ایک مرکب عدد ہے۔ یاد رہے کہ عدد '1' نہ مفرد ہے اور نہ مُرکّب۔

مشق 2.1

1۔ خالی جگہیں پُر کر کے فقرات کو مکمّل کیجیے۔

(i) '1' سے بڑے ہر عدد کے کم از کم ______ عاد ہوتے ہیں۔

(ii) عدد ———— ہر عدد کا عاد ہوتا ہے۔

(iii) عدد ———— کا صرف ایک ہی عاد ہے۔

(iv) مفرد عدد ایسا عدد ہوتا ہے جو '1' سے بڑا ہو اور اس کے صرف ———— عاد ہوں۔

2- مندرجہ ذیل اعداد میں سے ہر ایک کے تمام ممکن عاد معلوم کیجیے۔

(i)	4	(ii)	8	(iii)	10
(iv)	15	(v)	20	(vi)	24

3- مندرجہ ذیل اعداد کا '1' کے علاوہ چھوٹے سے چھوٹا عاد معلوم کیجیے۔

(i) 84 (ii) 111 (iii) 119

4- دیے ہوئے اعداد میں سے ہر ایک کا اس کے اپنے آپ کے علاوہ بڑے سے بڑا عاد معلوم کیجیے۔

(i) 27 (ii) 84 (iii) 111 (iv) 237

5 مندرجہ ذیل اعداد میں سے مفرد اور مُرکّب اعداد کو الگ الگ کیجیے۔

14, 17, 19, 21, 25, 27, 31, 34, 37, 40

6- 40 اور 50 کے درمیان تمام مفرد اعداد معلوم کیجیے۔

7- مندرجہ ذیل میں سے پہلا عدد دُوسرے عدد کا عاد ہے یا نہیں :

(i)	3, 29	(ii)	5, 66	(iii)	3, 96
(iv)	7, 98	(v)	3, 160	(vi)	8, 8
(vii)	6, 48	(viii)	4, 24		

2.3 قابلِ تقسیم ہونے کے اصول :

اگلے صفحے پر کسی عدد کے 9 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 پر قابلِ تقسیم ہونے کے اصول بیان کیے گئے ہیں۔

(i) **2 پر تقسیم ہونے والے اعداد**

اگر کسی عدد کا اکائی کا ہندسہ 2 پر تقسیم ہوتا ہو تو وہ عدد 2 پر پُورا پُورا تقسیم ہو جاتا ہے۔
مثلاً اعداد

96, 244, 1100, 127 کو 2 پر تقسیم کیجیے۔

2	96
	48 − 0

2	244
	122 − 0

2	1100
	550 − 0

2	127
	63 − 1

اعداد 96, 244, 1100 کے اکائی کے ہندسے
0 , 4 , 6 ہیں جو 2 پر تقسیم ہو جاتے ہیں اِس لیے یہ اعداد 2 پر تقسیم ہو جاتے ہیں۔
عدد 127 میں اکائی کا ہندسہ 7 ہے جو 2 پر تقسیم نہیں ہوتا۔ اس لیے عدد 127 عدد 2 پر تقسیم نہیں ہوتا۔

(ii) **4 پر تقسیم ہونے والے اعداد**

اگر کسی عدد کے اکائی اور دہائی کے مقام پر صفر ہو یا اکائی اور دہائی کے ہندسوں سے بننے والا عدد 4 پر تقسیم ہو جاتا ہو تو وہ عدد 4 پر تقسیم ہو جائے گا۔
مثلاً اعداد 924, 520, 1100, 846 کو 4 پر تقسیم کیجیے۔

4	924
	231 − 0

4	520
	130 − 0

4	1100
	275 − 0

4	846
	211 − 2

اعداد 520 , 924 کے اکائی اور دہائی کے مقام پر ہندسوں سے بننے والے اعداد 24 اور 20 ہیں جو 4 پر تقسیم ہو جاتے ہیں۔ اس لیے اعداد

924, 520 قابلِ تقسیم ہیں 4 پر۔

عدد 1100 کے اکائی اور دہائی کے مقام پر صفر ہے۔ اس لیے یہ عدد قابلِ تقسیم ہے 4 پر۔

جبکہ عدد 846 کے اکائی اور دہائی کے مقام پر ہندسوں سے بننے والا عدد 46 ہے جو 4 پر

تقسیم نہیں ہوتا۔ اس لیے عدد 846 ناقابلِ تقسیم ہے 4 پر۔

(iii) 5 پر تقسیم ہونے والے اعداد

اگر کسی عدد کے اکائی کے مقام پر صفر یا پانچ ہو تو وہ عدد 5 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

مثلاً ہم اعداد

4515, 12510, 6074, 1675 کو 5 پر تقسیم کرتے ہیں۔

5	1675
	335 − 0

5	6074
	1214 − 4

5	12510
	2502 − 0

5	4515
	903 − 0

چونکہ اعداد

1675, 4515, 12510 میں اکائی کے مقام پر صفر یا 5 ہے۔ اس لیے یہ اعداد 5 پر پورا پورا تقسیم ہو گئے جبکہ عدد 6074 کے اکائی کے مقام پر صفر یا 5 نہیں۔ اس لیے یہ عدد 5 پر پورا پورا تقسیم نہیں ہوا۔

(iv) 3 پر تقسیم ہونے والے اعداد

اگر کسی دیے ہوئے عدد کے ہندسوں کی حاصل جمع 3 پر تقسیم ہو جائے تو وہ پورا عدد بھی 3 پر تقسیم ہو جائے گا۔ کیا اعداد

454, 27258, 1875 قابل تقسیم ہیں 3 پر یا نہیں۔

عدد 1875 کے ہندسوں کی حاصل جمع = 5 + 7 + 8 + 1

= 21

عدد 27258 کے ہندسوں کی حاصل جمع = 8 + 5 + 2 + 7 + 2

= 24

عدد 454 کے ہندسوں کی حاصل جمع = 4 + 5 + 4

= 13

چونکہ 21 اور 24 قابلِ تقسیم ہیں 3 پر اِس لیے اعداد 1875, 27258 قابلِ تقسیم ہیں 3 پر۔

جبکہ عدد 13 ناقابلِ تقسیم ہے 3 پر اس لیے عدد 454 ناقابلِ تقسیم ہے 3 پر۔

(v) 6 پر تقسیم ہونے والے اعداد

اگر کسی عدد کا اکائی کا ہندسہ صفر ہو یا 2 پر تقسیم ہو جاتا ہو اور اس عدد کے ہندسوں کی حاصل جمع 3 پر قابلِ تقسیم ہو تو وہ عدد قابلِ تقسیم ہے 6 پر۔

مثلاً کیا اعداد

44, 3462, 2310 قابلِ تقسیم ہیں 6 پر یا نہیں۔

عدد 2310 کے ہندسوں کی حاصل جمع 2 + 3 + 1 + 0 =

= 6

عدد 3462 کے ہندسوں کی حاصل جمع 3 + 4 + 6 + 2 =

= 15

عدد 44 کے ہندسوں کی حاصل جمع 4 + 4 =

= 8

اعداد 2310 اور 3462 میں اکائی کا ہندسہ صفر اور 2 ہے اور ان اعداد کے ہندسوں کی حاصل جمع 6 اور 15 ہے جو کہ 3 پر قابلِ تقسیم ہے۔ اِس لیے یہ اعداد 6 پر قابلِ تقسیم ہیں۔

عدد 44 میں اکائی کا ہندسہ 4 ہے جو 2 پر قابلِ تقسیم ہے لیکن عدد 44 کے ہندسوں کی حاصل جمع 8 ہے جو 3 پر ناقابلِ تقسیم ہے۔ اس لیے عدد 44 ناقابلِ تقسیم ہے 6 پر۔

(vi) 9 پر تقسیم ہونے والے اعداد

اگر کسی عدد کے ہندسوں کی حاصل جمع 9 پر تقسیم ہو جائے تو وہ عدد 9 پر تقسیم ہو جائے گا۔

مثلاً کیا اعداد

31 ,968976 ,45 قابل تقسیم ہیں 9 پر یا نہیں۔

عدد 45 کے ہندسوں کی حاصل جمع = 5 + 4

=9

عدد 968976 کے ہندسوں کی حاصل جمع = 6 + 7 + 9 + 8 + 6 + 9

= 45

عدد 31 کے ہندسوں کی حاصل جمع = 1 + 3

= 4

9 اور 45 قابلِ تقسیم ہیں 9 پر اس لیے اعداد 45 اور 968976 قابلِ تقسیم ہیں 9 پر۔

جبکہ 4 ناقابلِ تقسیم ہے 9 پر اس لیے عدد 31 ناقابلِ تقسیم ہے۔ 9 پر۔

مثال 1 : 6352 ,41274 میں کونسا عدد 9 پر قابلِ تقسیم ہے۔

9	6352
	7 − 705

حل : عدد 6352 کے ہندسوں کی حاصل جمع = 2 + 5 + 3 + 6

=16

9	41274
	0 − 4586

عدد 41274 کے ہندسوں کی حاصل جمع = 4 + 7 + 2 + 1 + 4

= 18

عدد 16 ناقابل تقیسم ہے 9 پر۔ اِس لیے 6352 بھی 9 پر تقسیم نہیں ہوتا۔

جبکہ عدد 18 قابل تقسیم ہے 9 پر۔ اس لیے 41274 قابلِ تقسیم ہے 9 پر۔

نوٹ (i) جو عدد 2 پر تقسیم نہیں ہوتا وہ 4 اور 6 پر بھی تقسیم نہیں ہوتا۔
(ii) جو عدد 3 پر تقسیم نہیں ہوتا وہ 6 اور 9 پر بھی تقسیم نہیں ہوتا۔

مثال 2 : عدد 7155 اعداد

9 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 میں سے کس کس عدد پر تقسیم ہو جاتا ہے۔

حل: عدد 7155 میں چونکہ اکائی کا ہندسہ 5 ہے اس لیے یہ عدد 5 پر تقسیم ہو جائے گا۔ جبکہ 2، 4، 6 پر تقسیم نہیں ہو گا۔

عدد 7155 کے ہندسوں کی حاصل جمع $= 7 + 1 + 5 + 5$

$= 18$

چونکہ ہندسوں کی حاصل جمع 18

3 اور 9 پر تقسیم ہو جاتی ہے لہٰذا دیا ہُوا عدد

3، 9 پر تقسیم ہو جاتا ہے۔

مثال 3: مندرجہ ذیل اعداد میں سے مُفرد اور مُرکّب اعداد معلوم کیجیے۔

87, 89, 149, 187, 331, 349

حل (i) 87 تقسیم ہو جاتا ہے 3 پر اِس لیے 87 ایک مُرکّب عدد ہے۔

(ii) 89 تقسیم نہیں ہوتا

2, 3, 5, 7

پر اس لیے 89 ایک مفرد عدد ہے۔

(iii) 149 تقسیم نہیں ہوتا

2, 3, 5, 7, 11, 13

پر اِس لیے 149 ایک مفرد عدد ہے۔

(iv) 187 تقسیم ہو جاتا ہے 11 پر

اِس لیے 187 ایک مُرکّب عدد ہے۔

(v) 331 تقسیم نہیں ہوتا

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

پر اِس لیے 331 ایک مفرد عدد ہے۔

(vi) 349 تقسیم نہیں ہوتا

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 پر

اس لیے 349 ایک مفرد عدد ہے۔

مشق 2.2

1۔ دیے ہوئے اعداد مفرد ہیں یا مرکب۔

(i) 42	(ii) 49	(iii) 69	(iv) 97	(v) 139
(vi) 159	(vii) 181	(viii) 279	(ix) 313	(x) 343
(xi) 381	(xii) 389			

2۔ مندرجہ ذیل میں سے ہر عدد کے متعلق بتائیے کہ وہ

2, 3, 4, 5, 6, 9 میں سے کس کس عدد پر تقسیم ہوتا ہے۔

(i) 32	(ii) 75	(iii) 84	(iv) 400	(v) 1902	(vi) 585
(vii) 35124	(viii) 46125	(ix) 283	(x) 315	(xi) 16241	(xii) 2261

2.4 اجزائے ضربی، تجزیہ

عدد 12 کو لیجیے ہم دیکھتے ہیں کہ

$$12 = 1 \times 12$$
$$= 2 \times 6$$
$$= 3 \times 4$$
$$= 2 \times 2 \times 3$$

عدد 12 کو بطور اس کے عادوں کی ضرب کے چار مختلف صورتوں میں لکھا گیا ہے۔
ہر صورت عدد 12 کی تجزیہ کہلاتی ہے۔

مثلاً 12 کی ایک تجزّی 1 × 12

ہے اور اس تجزّی میں 1 اور 12 اس کے اجزائے ضربی ہیں۔

اسی طرح 4 × 3 میں اجزائے ضربی 3 اور 4 ہیں۔

ہر تجزّی میں 12 کے عاد استعمال ہوئے ہیں۔ پس کسی دیے ہوئے عدد کو کم از کم دو عددوں کے حاصل ضرب کے طور پر لکھنے کی صورت کو **تجزّی** کہتے ہیں اور حاصل ضرب میں استعمال ہونے والے اعداد **اجزائے ضربی** کہلاتے ہیں۔

مثال 1 : عدد 36 کی دو تجزیاں لکھیے۔ مزید ان کے اجزائے ضربی بھی لکھیے۔

حل :

$$36 = 4 \times 9$$
$$= 2 \times 18$$

لہٰذا عدد 36 کی دو تجزیاں

9 × 4 اور 18 × 2 ہیں۔

9 × 4 کی تجزّی میں اجزائے ضربی ہیں 4 اور 9

جبکہ 18 × 2 کی تجزّی میں اجزائے ضربی ہیں 2 اور 18

2.5 مفرد تجزّی

عدد 20 کی تمام ممکن تجزّیاں نیچے دی گئی ہیں۔

$$20 = 1 \times 20$$
$$= 2 \times 10$$
$$= 4 \times 5$$
$$= 2 \times 2 \times 5$$

ان میں سے ایک تجزّی 5 × 2 × 2 ایسی ہے کہ جس کے اجزاء

یعنی 2, 2, 5

میں سے ہر ایک مفرد عدد ہے۔ ایسی تجزّی کو **مُفرد تجزّی** کہتے ہیں۔

پس مفرد تجزّی ایسی تجزّی کو کہتے ہیں جس میں ہر ایک جزو ضربی مفرد عدد ہوتا ہے۔

2.6 مفرد تجزّی بنانے کا طریقہ

کسی دیے ہُوئے عدد کی مفرد تجزّی معلوم کرنے کے لیے ہم اِس عدد کو مُفرد اعداد 2, 3, 5, 7, پر تقسیم کر کے معلوم کرتے ہیں کہ ان میں سے کون کون سا عدد دیے ہوئے عدد کا جزُو ضربی ہے۔ اس طرح تمام مفرد اجزائے ضربی معلوم کر کے دِیے ہُوئے عدد کو ان مفرد اجزائے ضربی کی حاصل ضرب کے طور پر لکھنے سے مطلوبہ مفرد تجزّی حاصل ہو جاتی ہے۔

اس عمل کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : 90 کی مفرد تجزّی معلوم کیجیے۔

حل : 90 کو مفرد اعداد 2, 3, 5 پر تقسیم کیا۔

2	90
3	45
3	15
	5

پس 90 کی مفرد تجزّی $= 5 \times 3 \times 3 \times 2$

مثال 2 : 4620 کی مفرد تجزّی معلوم کیجیے۔

حل : 4620 کو مفرد اعداد پر تقسیم کیا۔

2	4620
2	2310
3	1155
5	385
7	77
	11

پس مفرد تجزّی $= 11 \times 7 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2$

مشق 2.3

1- دیے ہوئے اعداد کی دو، دو تجزیاں اور اجزائے ضربی لکھیے۔

(i) 4	(ii) 6	(iii) 15	(iv) 21
(v) 25	(vi) 49	(vii) 121	(viii) 169

2- دیے ہوئے اعداد کی مفرد تجزّی معلوم کیجیے۔

(i) 108	(ii) 180	(iii) 231	(iv) 75
(v) 175	(vi) 68	(vii) 143	(viii) 128
(ix) 520	(x) 2310	(xi) 5760	(xii) 4356



باب 3

عادِ اعظم، ذُو اضعافِ اقل

3.1 مشترک عاد :

ہم پڑھ چکے ہیں کہ اگر ایک عدد دوسرے عدد کو پورا پورا تقسیم کرے تو پہلے عدد کو دوسرے عدد کا عاد کہتے ہیں۔ مثلاً 24 کے عاد مندرجہ ذیل ہیں۔

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

اِسی طرح 36 کے عاد :

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36,

دو یا دو سے زیادہ دیے ہُوئے اعداد کے مشترک عاد وہ اعداد ہوتے ہیں جو اِن میں سے ہر ایک کے عاد ہوں۔

24 اور 36 کے مشترک عاد کون کون سے ہیں ؟

دونوں اعداد کے عادوں پر نظر ڈالنے سے معلوم ہوتا ہے کہ ان کے مشترک عاد مندرجہ ذیل ہیں۔

1, 2, 3, 4, 6, 12

مثال 1 : 48 اور 72 کے مشترک عاد معلوم کیجیے۔

حل : 48 کے عاد :

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

72 کے عاد :

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

پس 48 اور 72 کے مشترک عاد :

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

مثال 2 : 56، 84 اور 70 کے مشترک عاد معلوم کیجیے۔

حل :

56 کے عاد :

1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

84 کے عاد :

1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84

70 کے عاد :

1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70

پس 56، 84 اور 70 کے مشترک عاد :

1, 2, 7, 14

مشق 3.1

دیے ہوئے اعداد کے مشترک عاد معلوم کیجیے۔

1- 8, 12	2- 10, 16	3- 15, 20
4- 28, 36	5- 32, 40	6- 63, 72
7- 36, 48	8- 56, 72	9- 12, 16, 20
10- 30, 36. 42	11- 48, 72, 96	12- 60, 80, 100
13- 30, 75, 135	14- 45, 60, 90	15- 42, 63, 112

3.2 مشترک عاد اعظم (عادوں کی مدد سے معلوم کرنا)

اس باب کی مثال 1 پر غور کیجیے۔

48 اور 72 کے مشترک عاد = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

اِن میں سب سے بڑا عاد کون سا ہے ؟ 24

پس معلوم ہُوا کہ 48 اور 72 کا بڑے سے بڑا مشترک عاد 24 ہے۔

دیے ہُوئے عددوں کے سب سے بڑے مشترک عاد کو ان کا مشترک عادِ اعظم کہتے ہیں۔

(اعظم عربی زبان کا لفظ ہے جس کے معنی ہیں سب سے بڑا)

دوسرے الفاظ میں مشترک عادِ اعظم وہ بڑے سے بڑا عدد ہوتا ہے جو دیے ہُوئے اعداد کو پُورا پُورا تقسیم کرتا ہے۔

پس معلوم ہُوا کہ 48 اور 72 کا مشترک عادِ اعظم 24 ہے۔

نوٹ : سہولت کے لیے آئندہ ہم "مشترک عادِ اعظم" کو صرف "عادِ اعظم" کہیں گے۔

مثال 1 : 48 اور 60 کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

حل

48 کے عاد :

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

60 کے عاد :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

48 اور 60 کے مشترک عاد :

1, 2, 3, 4, 6, 12

پس دونوں اعداد کا عادِ اعظم = 12

مثال 2 : 56، 72 اور 88 کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

حل

56 کے عاد :

1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

72 کے عاد :

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

88 کے عاد :

1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88

56 ، 72 اور 88 کے مشترک عاد :

1, 2, 4, 8

پس تینوں اعداد کا عادِ اعظم = 8

مشق 3.2

دِیے ہُوئے اعداد کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

1 - 35, 49	2 - 27, 36	3 - 32, 48
4 - 51, 68	5 - 19, 20	6 - 40, 60
7 - 84, 108	8 - 78, 104	9 - 20, 23
10 - 17, 19	11 - 18, 27	12 - 72, 84, 96
13 - 56, 64, 72	14 - 22, 33, 55	15 - 75, 90, 105

3.3 مفرد تجزّیٰ کی مدد سے عادِ اعظم معلوم کرنا :

ہم عادوں کی مدد سے مشترک عادِ اعظم معلوم کرنے کا طریقہ سیکھ آئے ہیں۔ عادِ اعظم کو مفرد تجزّیٰ کی مدد سے بھی معلوم کیا جا سکتا ہے جس کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : 60 اور 96 کی مفرد تجزّیاں بنا کر ان کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

حل

2	60
2	30
3	15
	5

2	96
2	48
2	24
2	12
2	6
	3

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$96 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

دونوں تجزیوں میں 2 زیادہ سے زیادہ 2 مرتبہ اور 3 ایک مرتبہ مشترک ہے۔

عادِ اعظم : $2 \times 2 \times 3 = 12$

مثال 2 : مفرد تجزیوں کے ذریعے 42، 70 اور 126 کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

حل

2	42
3	21
	7

2	70
5	35
	7

2	126
3	63
3	21
	7

42 کی مفرد تجزیاں :

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

70 کی مفرد تجزیاں :

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

126 کی مفرد تجزیاں :

$$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

2 اور 7 تینوں تجزیوں میں ایک ایک مرتبہ مشترک ہیں۔

لہٰذا عادِ اعظم :

$$2 \times 7 = 14$$

مشق 3.3

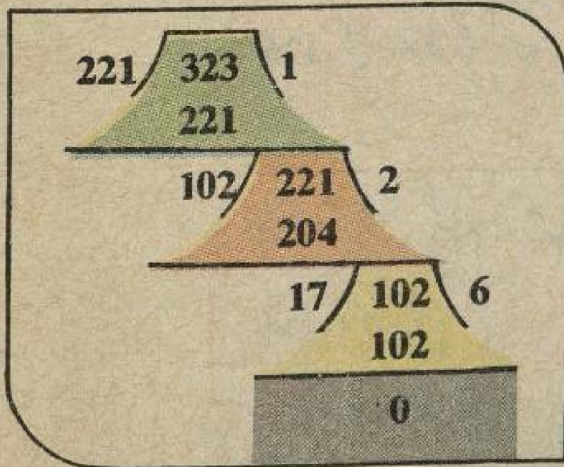
مفرد تجزّی کے ذریعے دِیے ہُوئے اعداد کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

1- 30, 45	2- 60, 72	3- 40, 175
4- 90, 300	5- 80, 120	6- 120, 180
7- 135, 360	8- 81, 135	9- 44, 99
10- 30, 50, 140	11- 16, 48, 80	12- 30, 60, 90

3.4 عادِ اعظم بذریعہ تقسیم:

ہم عادوں اور تجزّی کی مدد سے عادِ اعظم معلوم کرنے کے طریقے پڑھ چکے ہیں۔ بعض اوقات ایسے اعداد کا عادِ اعظم معلوم کرنے کی ضرورت پڑتی ہے جن کے عاد یا تجزّی آسانی سے معلوم نہیں کیے جا سکتے۔ ایسی صورت میں عادِ اعظم بذریعہ تقسیم معلوم کیا جاتا ہے۔ جس کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : 221 اور 323 کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔



حل 323 کو 221 پر تقسیم کیا

تو باقی 102 بچا۔

اب 221 کو 102 پر تقسیم کیا

تو باقی 17 بچا۔

پھر 102 کو 17 پر تقسیم کیا

تو باقی صفر بچا۔

پس 221 اور 323 کا عادِ اعظم 17 ہے۔

مثال 2 : 334 اور 314 کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

حل

334 کو 314 پر تقسیم کیا تو باقی 20 بچا۔

اب 314 کو 20 پر تقسیم کیا تو باقی 14 بچا۔

20 کو 14 پر تقسیم کیا تو باقی 6 بچا۔

اور 14 کو 6 پر تقسیم کرنے سے باقی 2 بچا۔

پھر 6 کو 2 پر تقسیم کرنے سے باقی صفر بچا۔

```
314 ) 334 ( 1
      314
      ----
   20 ) 314 ( 15
         20
        ----
        114
        100
        ----
     14 ) 20 ( 1
          14
          ---
       6 ) 14 ( 2
           12
           ---
        2 ) 6 ( 3
            6
            ---
            0
```

پس 334 اور 314 کا عادِ اعظم 2 ہے۔

مشق 3.4

دیے ہوئے اعداد کا عادِ اعظم بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

1- 51, 85	2- 48, 80	3- 72, 162
4- 220, 286	5- 288, 384	6- 320, 480
7- 76, 171	8- 92, 161	9- 144, 152
10- 171, 211	11- 342, 422	12- 855, 485

13 - وہ بڑے سے بڑا عدد بتائیے جو 1156 اور 98 کو پورا پورا تقسیم کرتا ہو۔

اشارہ : بڑے سے بڑا عدد سے مراد عادِ اعظم ہے۔

14 - وہ بڑے سے بڑا عدد بتائیے جو 152 اور 221 کو پورا پورا تقسیم کرتا ہو۔

15 - وہ بڑے سے بڑا عدد بتائیے جو 1299 اور 529 کو پورا پورا تقسیم کرے۔

3.5 ذواضعاف اقل :

ہم جانتے ہیں کہ 2×3 کا مطلب ہے 3 بار 2 ۔
اِسے ہم "2 کا 3 گُنا" بھی کہتے ہیں۔ اسی طرح 2 کا چار گُنا = 2×4
گُنا کا لفظ استعمال کرنے سے 2 کا پہاڑہ یوں ہوگا۔

2 کا 1 گُنا = 2	2 کا 2 گُنا = 4	2 کا 3 گُنا = 6
2 کا 4 گُنا = 8	2 کا 5 گُنا = 10	2 کا 6 گُنا = 12

"گُنا" کو عربی میں "ضعف" کہتے ہیں اور اس کی جمع اضعاف ہے۔ چنانچہ

2 کے اضعاف :

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, . . .

اسی طرح 3 کے اضعاف:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, . . .

2 اور 3 کے مشترک اضعاف :

6, 12, 18, 24, . . .

2 اور 3 کے مشترک اضعاف میں سب سے چھوٹا ضعف کون سا ہے ؟

2 اور 3 کا چھوٹے سے چھوٹا مشترک ضعف 6 ہے۔ ہم کہیں گے کہ 2 اور 3 کا چھوٹے سے چھوٹا ضعف یعنی ذُواضعاف اقل مشترک 6 ہے۔

(اقل عربی زبان کا لفظ ہے جس کے معنی ہیں چھوٹے سے چھوٹا۔)

ذواضعاف اقل مشترک کو عام طور پر ذواضعاف اقل لکھا جاتا ہے۔

پس ذواضعاف اقل وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد ہے جو دیے ہُوئے اعداد سے پُورا پُورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

مثال 1 : 4 اور 6 کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل

4 کے اضعاف :

4, 8, (12) , 16, 20, 24, 28, . . .

6 کے اضعاف :

6, (12) , 18, 24, 30, 36, 42, . . .

4 اور 6 کے مشترک اضعاف :

(12), 24, 36, . . .

پس 4 اور 6 کا ذواضعاف اقل 12 ہے۔

مثال 2 : 5، 8 اور 10 کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل

5 کے اضعاف :

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, (40) , . . .

8 کے اضعاف :

8, 16, 24, 32, (40) , 48, 56, . . .

10 کے اضعاف :

10, 20, 30, (40) , 50, 60, . . .

پس 5، 8 اور 10 کا ذواضعاف اقل 40 ہے۔

مشق 3.5

ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

1- 2, 4	2- 3, 5	3- 5, 8	4- 4, 5
5- 5, 7	6- 6, 8	7- 7, 9	8- 10, 12
9- 12, 16	10- 3, 4, 6	11- 4, 5, 6	12- 8, 12, 16

3.6 ذواضعاف اقل بذریعہ مفرد تجزّی :

ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے لیے ہم درج ذیل اقدامات کرتے ہیں۔

(1) ہر ایک عدد کے چند اضعاف لکھتے ہیں۔
(2) ان اعداد میں سے مشترک اضعاف معلوم کرتے ہیں۔
(3) ان مشترک اضعاف میں سے چھوٹے سے چھوٹا ضعف لکھتے ہیں۔

اب ہم مفرد تجزّی کی مدد سے ذواضعاف اقل معلوم کرنے کا طریقہ سیکھیں گے۔

مثال 1 : 36 اور 48 کا ذواضعاف اقل بذریعہ مفرد تجزّی معلوم کیجیے۔

حل سب سے پہلے ہم 36 اور 48 کے اجزائے ضربی معلوم کرتے ہیں۔

2	36
2	18
3	9
	3

2	48
2	24
2	12
2	6
	3

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے لیے ہر ایک جزوِ ضربی کو دیکھا جائے گا کہ وہ زیادہ بار کس تجزّی میں موجود ہے اور اس میں کتنی مرتبہ آیا ہے۔ اسے اتنی بار ہی لکھیں گے۔ اسی طرح تمام اجزائے ضربی کو لے کر ان کا حاصل ضرب معلوم کریں گے۔ یہی حاصل ضرب مطلوبہ ذواضعاف اقل ہوگا۔

اِس مثال میں ہم دیکھتے ہیں کہ 2 بطور جزوِ ضربی دوسری تجزّی میں زیادہ یعنی 4 مرتبہ آیا ہے۔ اسی طرح 3 پہلی تجزّی میں زیادہ یعنی 2 مرتبہ آیا ہے۔

پس مطلوبہ ذواضعاف اقل :

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$$

مثال 2 : 60، 65 اور 70 کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل

2	70
5	35
	7

5	65
	13

2	60
2	30
3	15
	5

دیے ہُوئے اعداد کی مفرد تجزیاں مندرجہ ذیل ہیں۔

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$65 = 5 \times 13$

$70 = 2 \times 5 \times 7$

پس ذواضعاف اقل :

$2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$

$= 60 \times 7 \times 13$

$= 5460$

3.7 ذواضعاف اقل بذریعہ تقسیم :

ذواضعاف اقل بذریعہ تقسیم کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : 60 اور 75 کا ذواضعاف اقل بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

حل

3	60, 75
5	20, 25
	4, 5

ذواضعاف اقل :

$3 \times 5 \times 4 \times 5$

$= 300$

وضاحت :

60 اور 75 دونوں 3 پر تقسیم ہوتے ہیں۔ دونوں کو 3 پر تقسیم کیا۔ اب 20 اور 25 دونوں 5 پر تقسیم ہوتے ہیں انھیں 5 پر تقسیم کیا۔ 4 اور 5 دونوں '1' کے علاوہ کسی عدد پر تقسیم نہیں ہوتے پس دونوں مقسوم علیہ کو آخری دونوں حاصل قسمت سے ضرب دینے سے ذواضعاف اقل حاصل ہُوا۔

مثال 2 : 40، 50، 75 اور 90 کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل

2	40, 50, 75, 90
5	20, 25, 75, 45
5	4, 5, 15, 9
3	4, 1, 3, 9
	4, 1, 1, 3

ذواضعاف اقل =

$2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 4 \times 3$

$= 1800$

وضاحت :

تقسیم کے ذریعے ذواضعاف اقل معلوم کرتے وقت دیے ہوئے اعداد کو ہم ایسے اعداد پر تقسیم کرتے جاتے ہیں جو کم از کم دو اعداد کو پورا پورا تقسیم کریں، حتیٰ کہ تمام حاصل قسمت میں سے کسی دو میں سے کوئی عاد مشترک نہ ہو۔

اسی طرح تقسیم کرتے وقت اگر کوئی عدد مقسوم علیہ پر تقسیم نہ ہو تو اس کو ویسے ہی لکھ لیا جاتا ہے۔

مشق 3.6

1 ۔ دیے ہوئے اعداد کا ذواضعاف اقل بذریعہ تجزی اور بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

(i) 6, 21 (ii) 20, 24 (iii) 63, 90

(iv) 10, 12, 15 (v) 8, 15, 18 (vi) 4, 6, 15

2 ۔ دیے ہوئے اعداد کا ذواضعاف اقل بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

(i) 30, 65 (ii) 91, 70 (iii) 90, 160

(iv) 36, 45, 63 (v) 21, 28, 70 (vi) 32, 96, 144

(vii) 20, 25, 45 (viii) 33, 44, 55 (ix) 25, 30, 35, 40

(x) 70, 98, 112, 140



باب
4



کسورِ عام

4.1 کسرعام کی مختصر ترین شکل :

ہم چوتھی جماعت میں کسور عام کی جمع اور تفریق پڑھ چکے ہیں۔ آئیے اب ہم اِس سے آگے پڑھتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ کسور

$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \ldots$

مترادف کسور کہلاتی ہیں۔ ان میں ایک کسر $\frac{1}{2}$ ایسی ہے کہ اس کسر کے شمار کنندہ اور مخرج میں کوئی عاد مشترک نہیں جبکہ کسر $\frac{2}{4}$ کے شمار کنندہ اور مخرج میں 2 مشترک عاد ہے۔ اسی طرح $\frac{3}{6}$ اور $\frac{4}{8}$ کے شمار کنندوں اور مخرجوں میں بھی مشترک عاد ہیں۔کسر $\frac{1}{2}$ کسور

$\frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \ldots$

کی مختصر ترین شکل کہلاتی ہے۔ اگر کسی کسر کو مختصر ترین شکل میں رکھنا درکار ہو تو کسر کے شمار کنندہ اور مخرج کو مشترک عاد پر تقسیم کرنے سے دی ہوئی کسر کی مختصر ترین شکل حاصل ہو جاتی ہے۔ اگر مشترک عاد آسانی سے معلوم نہ کیا جا سکے تو دیے ہوئے اعداد کا عادِاعظم معلوم کیا جاتا ہے۔ اِس عمل کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : $\frac{14}{20}$ کو مختصر ترین شکل میں تحویل کیجیے۔

حل

شمار کنندہ اور مخرج کو 2 پر تقسیم کیا

$\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

مثال 2 : $\frac{30}{42}$ کو مختصر کیجیے۔

حل

شمار کنندہ اور مخرج کو 2 پر تقسیم کیا
شمار کنندہ اور مخرج کو 3 پر تقسیم کیا

$\frac{30}{42} = \frac{15}{21}$

$= \frac{5}{7}$

مثال 3: $\frac{378}{945}$ کو مختصر ترین شکل میں تحویل کیجیے۔

حل

$\frac{378}{945}$

$= \frac{126}{315}$ (شمار کنندہ اور مخرج کو 3 پر تقسیم کیا)

$= \frac{42}{105}$ (شمار کنندہ اور مخرج کو 3 پر تقسیم کیا)

$= \frac{14}{35}$ (شمار کنندہ اور مخرج کو 3 پر تقسیم کیا)

$= \frac{2}{5}$ (شمار کنندہ اور مخرج کو 7 پر تقسیم کیا)

پس $\frac{2}{5}$ کسر $\frac{378}{945}$ کی مختصر ترین صورت ہے۔

مثال 4: $\frac{780}{845}$ کو مختصر کیجیے۔

حل

$\frac{780}{845}$

$= \frac{156}{169}$ شمار کنندہ اور مخرج کو 5 پر تقسیم کیا

$= \frac{12}{13}$ شمار کنندہ اور مخرج کو اُن کے عادِ اعظم 13 پر تقسیم کیا

```
156 ) 169 ( 1
      156
      ----
 13 ) 156 ( 12
      13
      ----
      26
      26
      ----
      0
```

مشق 4.1

دی ہوئی کسور کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

1. $\frac{20}{65}$	2. $\frac{20}{48}$	3. $\frac{10}{52}$	4. $\frac{15}{70}$
5. $\frac{16}{30}$	6. $\frac{30}{48}$	7. $\frac{15}{42}$	8. $\frac{34}{51}$
9. $\frac{42}{56}$	10. $\frac{49}{133}$	11. $\frac{81}{144}$	12. $\frac{154}{280}$
13. $\frac{324}{342}$	14. $\frac{704}{1056}$	15. $\frac{1003}{2941}$	16. $\frac{3256}{3663}$

4.2 کسروں کی خاصیّت تلازم بلحاظ جمع :

ہم جانتے ہیں کہ قدرتی اعداد کی جمع خاصیت تلازم رکھتی ہے۔

مثلاً

(i) $(4 + 5) + 6 = 4 + (5 + 6)$

(ii) $(20 + 25) + 40 = 20 + (25 + 40)$

اب ہمیں دیکھنا ہے کہ آیا کسروں کی جمع بھی خاصیت تلازم رکھتی ہے یا نہیں اِس کی وضاحت مندرجہ ذیل مثال سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : حل کیجیے۔ $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) + \frac{5}{6} = \frac{2}{3} + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right)$

حل

$\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) + \frac{5}{6}$

$= \left(\frac{8 + 9}{12}\right) + \frac{5}{6}$

$= \frac{17}{12} + \frac{5}{6}$

$= \frac{17 + 10}{12}$

$= \frac{27}{12}$ ------- (i)

اب

$\frac{2}{3} + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right)$

$= \frac{2}{3} + \left(\frac{9 + 10}{12}\right)$

$= \frac{2}{3} + \frac{19}{12}$

$= \frac{8 + 19}{12}$

$= \frac{27}{12}$ ------- (ii)

بس (i) اور (ii) کی رُو سے $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) + \frac{5}{6} = \frac{2}{3} + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right)$

اس مثال سے معلوم ہُوا کہ

کسروں کی جمع خاصیت تلازم رکھتی ہے اور خاصیت تلازم
کی وجہ سے ہم کسروں کے مجموعے کو بغیر خطوط وحدانی کے لکھ سکتے ہیں۔

مثلاً $\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)+\frac{5}{6}=\frac{2}{3}+\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\right)=\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$

نوٹ: تین یا تین سے زیادہ کسروں کی مخلوط جمع و تفریق کو بھی اُوپر کے طریقے سے حل کیا جا سکتا ہے۔
مندرجہ ذیل مثال سے اِس کی وضاحت کی جاتی ہے۔

مثال 2 : حل کیجیے۔

$$\frac{6}{11}-\frac{2}{3}+\frac{7}{22}$$

حل

11	11, 3, 22
	1, 3, 2

$11 \times 3 \times 2$
$= 66$

$$\frac{6}{11}-\frac{2}{3}+\frac{7}{22}$$
$$=\frac{36-44+21}{66}$$
$$=\frac{36+21-44}{66}$$
$$=\frac{13}{66}$$

مشق 4.2

ثابت کیجیے کہ

1 - $\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)+\frac{5}{8}=\frac{1}{2}+\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{8}\right)$

2 - $\left(\frac{5}{6}+\frac{7}{18}\right)+\frac{11}{36}=\frac{5}{6}+\left(\frac{7}{18}+\frac{11}{36}\right)$

3 - $\frac{3}{5}+\left(\frac{7}{10}+\frac{12}{25}\right)=\left(\frac{3}{5}+\frac{7}{10}\right)+\frac{12}{25}$

4 - $\left(\frac{4}{7}+\frac{5}{28}\right)+\frac{4}{35}=\frac{4}{7}+\left(\frac{5}{28}+\frac{4}{35}\right)$

5 - $\left(\frac{4}{9}+\frac{2}{27}\right)+\frac{14}{63}=\frac{4}{9}+\left(\frac{2}{27}+\frac{14}{63}\right)$

6 - $\left(\frac{6}{11}+\frac{7}{66}\right)+\frac{21}{143}=\frac{6}{11}+\left(\frac{7}{66}+\frac{21}{143}\right)$

حل کیجیے۔

7 - $\frac{11}{13}+\frac{15}{26}+\frac{23}{52}$

8 - $2\frac{9}{14}+4\frac{11}{42}+5\frac{17}{56}$

9 - $4\frac{3}{17}+9\frac{5}{51}+10\frac{11}{102}$

10 - $2\frac{3}{14}+3\frac{13}{21}+2\frac{11}{20}$

11 - $\frac{7}{13}-\frac{3}{8}$

12 - $\frac{5}{11}-\frac{3}{17}$

13 - $1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

14 - $\frac{9}{13}-\frac{4}{15}+\frac{1}{2}$

15 - $6\frac{13}{15}-4\frac{17}{21}$

16 - $3\frac{3}{4}-2\frac{4}{5}$

17 - $3\frac{1}{2}-2\frac{3}{4}+3\frac{4}{5}$

18 - $-6\frac{3}{4}+5\frac{4}{5}$

19 - $4\frac{2}{3}-2\frac{3}{4}+2\frac{5}{7}$

20 - $1\frac{3}{5}+2\frac{4}{7}-1\frac{3}{8}$

4.3 کسروں کی خاصیّت تلازم بلحاظ ضرب :

ہم دیکھتے ہیں کہ

$$\left(1\frac{1}{2}\times 2\frac{1}{3}\right)\times 3\frac{1}{4}=1\frac{1}{2}\times\left(2\frac{1}{3}\times 3\frac{1}{4}\right)$$

$$\left(1\frac{1}{2}\times 2\frac{1}{3}\right)\times 3\frac{1}{4}$$
$$=\left(\frac{3}{2}\times\frac{7}{3}\right)\times\frac{13}{4}$$
$$=\frac{21}{6}\times\frac{13}{4}$$
$$=\frac{273}{24}$$

اب

$$1\frac{1}{2} \times \left(2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{7}{3} \times \frac{13}{4}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{91}{12}$$

$$= \frac{273}{24}$$

پس $\left(1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3}\right) \times 3\frac{1}{4} = 1\frac{1}{2} \times \left(2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{4}\right)$

اِس مثال سے ثابت ہُوا کہ کسروں کی ضرب خاصیّتِ تلازم رکھتی ہے۔ اس خاصیّت کی وجہ سے ہم تین کسروں کی ضرب کو خطوط وحدانی کے بغیر لِکھ سکتے ہیں۔

یعنی $\left(1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3}\right) \times 3\frac{1}{4} = 1\frac{1}{2} \times \left(2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{4}\right) = 1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{4}$

اس اصول کو استعمال کر کے ہم مندرجہ ذیل مثال حل کرتے ہیں۔

مثال 1: حل کیجیے۔

$$4\frac{1}{5} \times 2\frac{3}{7} \times 5\frac{5}{6}$$

حل

$$4\frac{1}{5} \times 2\frac{3}{7} \times 5\frac{5}{6}$$

$$= \frac{21}{5} \times \frac{17}{7} \times \frac{35}{6}$$

$$= \frac{357}{35} \times \frac{35}{6}$$

$$= \frac{357}{6}$$

$$= 59\frac{3}{6}$$

$$= 59\frac{1}{2}$$

اب	$4\frac{1}{5} \times (2\frac{3}{7} \times 5\frac{5}{6})$
	$= \frac{21}{5} \times (\frac{17}{7} \times \frac{35}{6})$
	$= \frac{21}{5} \times (\frac{17 \times 5}{6})$
	$= \frac{21}{5} \times \frac{85}{6}$
	$= 7 \times \frac{17}{2}$
	$= \frac{119}{2}$
	$= 59\frac{1}{2}$
پس	$(4\frac{1}{5} \times 2\frac{3}{7}) \times 5\frac{5}{6} = 4\frac{1}{5} \times (2\frac{3}{7} \times 5\frac{5}{6})$



ثابت کیجیے کہ

1 - $(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}) \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times (\frac{2}{3} \times \frac{3}{4})$

2 - $\frac{3}{4} \times (\frac{5}{6} \times \frac{7}{8}) = (\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}) \times \frac{7}{8}$

3 - $\frac{3}{4} \times (\frac{9}{8} \times \frac{12}{13}) = (\frac{3}{4} \times \frac{9}{8}) \times \frac{12}{13}$

حل کیجیے۔

4 - $1\frac{1}{3} \times 2\frac{2}{5} \times 2\frac{1}{2}$

5 - $\frac{5}{14} \times 3\frac{1}{3} \times \frac{17}{20}$

6 - $20 \times \frac{3}{5} \times 2\frac{1}{3}$

7 - $10 \times 1\frac{2}{5} \times \frac{4}{7}$

8 - $1\frac{1}{2} \times 2\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{4}$

9 - $1\frac{3}{4} \times 2\frac{5}{6} \times 4\frac{6}{7}$

4.4 ضربی معکوس :

اگر دو اعداد کا حاصل ضرب '1' ہو تو ان میں سے ہر ایک کو دُوسرے کا ضربی معکوس کہتے ہیں

مثلاً

(i) $2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

لہٰذا 2 اور $\frac{1}{2}$ ایک دوسرے کے ضربی معکوس ہیں۔

(ii) $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{4 \times 5}{5 \times 4} = \frac{20}{20} = 1$

لہٰذا $\frac{4}{5}$ اور $\frac{5}{4}$ بھی ایک دوسرے کے ضربی معکوس ہیں۔

اِسی طرح

(iii) $\frac{11}{7} \times \frac{7}{11} = \frac{11 \times 7}{7 \times 11} = \frac{77}{77} = 1$

لہٰذا $\frac{11}{7}$ اور $\frac{7}{11}$ بھی ایک دوسرے کے ضربی معکوس ہیں۔

نوٹ (i) عدد '1' کا ضربی معکوس بھی 1 ہے۔

(ii) جبکہ صفر کا کوئی ضربی معکوس نہیں ہے۔

تقسیم کا مفہوم مندرجہ ذیل طریقوں سے بیان کیا جا سکتا ہے۔

(1) $2 \div 6$ کا مطلب ہے کہ 6 کو دو برابر حصّوں میں بانٹ کر دیکھا جائے کہ ہر حصّے میں کتنی چیزیں ہیں۔ ظاہر ہے کہ ہر حصّے میں تین چیزیں ہوں گی۔ پس

$6 \div 2 = 3$

(2) $2 \div 6$ کا دوسرا مفہوم یہ ہے کہ 6 میں 2 کتنی مرتبہ شامل ہے ظاہر ہے کہ اس کا جواب بھی 3 ہے کیونکہ

$3 \times 2 = 6$

(3) $2 \div 6$ کا تیسرا مفہوم یہ ہے کہ دیکھا جائے کہ 6 میں سے 2 کتنی مرتبہ تفریق کیا جا سکتا ہے۔ ظاہر ہے 3 مرتبہ۔

جب مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں قدرتی عدد ہوں اور مقسوم، مقسوم علیہ سے بڑا ہو (جیسا کہ اُوپر $2 \div 6$ والی مثال میں ہے) تو اوپر دیے گئے تینوں مفہوم واضح اور درست ہوں گے لیکن اگر مقسوم، مقسوم علیہ سے چھوٹا ہو یا دونوں میں سے ایک یا دونوں کسریں ہوں تو پھر تینوں مفہوم اتنے

واضح نہیں رہتے (البتہ یہ بات کہ "تقسیم ضرب کا اُلٹ عمل ہے" ہر حالت میں درست رہتی ہے)

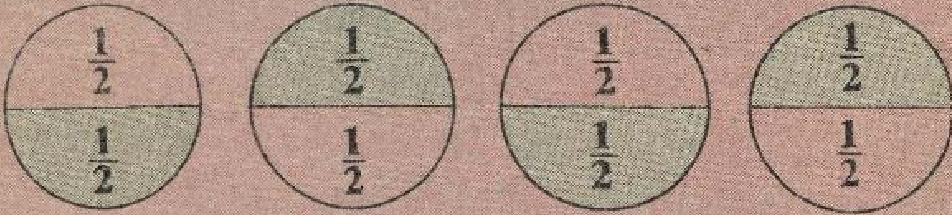
مثلاً اگر ہمیں یہ دیکھنا ہو کہ

$$4 \div \frac{1}{2}$$

کس کے برابر ہے تو پہلا مفہوم زیادہ واضح نہیں کیونکہ 4 کو آدھے حصے میں بانٹنے کا کچھ زیادہ واضح مطلب نہیں نکلتا۔ البتہ باقی دونوں مفہوم واضح رہتے ہیں۔

یعنی 4 میں $\frac{1}{2}$ کتنی مرتبہ شامل ہے ظاہر ہے اس کا جواب 8 ہے۔

جیسا کہ مندرجہ ذیل اشکال سے ظاہر ہے۔



تیسرا مفہوم بھی واضح ہو۔ 4 میں سے $\frac{1}{2}$ کو 8 مرتبہ تفریق کیا جا سکتا ہے۔

پس معلوم ہُوا کہ

$$4 \div \frac{1}{2}$$

$$= 8$$

$$4 \div \frac{1}{2} = 4 \times 2$$

$\frac{1}{2}$ کا ضربی معکوس 2 ہے۔

اِس سے معلوم ہُوا کہ 4 کو $\frac{1}{2}$ پر تقسیم کرنے کے لیے 4 کو $\frac{1}{2}$ کے ضربی معکوس 2 سے ضرب دیتے ہیں۔

پس اگر کسی عدد کو کسی کسر پر تقسیم کرنا ہو تو اس عدد کو کسر کے ضربی معکوس سے ضرب دی جاتی ہے۔

4.5 قدرتی عدد کی کسر پر تقسیم :

مثال 1 : $4 \div \frac{2}{3}$ کو حل کیجیے۔

حل : چونکہ $\frac{2}{3}$ کا ضربی معکوس $\frac{3}{2}$ ہے۔

اِس لیے $4 \div \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = 6$

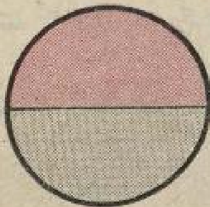
مثال 2 : $6 \div 2\frac{3}{4}$ کو حل کیجیے۔

حل

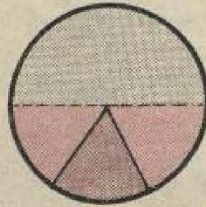
$$6 \div 2\frac{3}{4}$$
$$= 6 \div \frac{11}{4}$$
$$= 6 \times \frac{4}{11}$$
$$= \frac{24}{11}$$
$$= 2\frac{2}{11}$$

4.6 کسر کی قدرتی عدد پر تقسیم

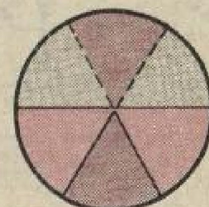
فرض کیجیے ہمیں $\frac{1}{2} \div 3$ کی قیمت معلوم کرنا ہے یعنی ہمیں یہ معلوم کرنا ہے کہ اگر $\frac{1}{2}$ کو 3 برابر حصّوں میں تقسیم کیا جائے تو ہر حصّہ کس کے برابر ہو گا۔ اس کے لیے مندرجہ ذیل اشکال پر غور کیجیے۔



$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{2} \div 3$



$\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{6}$

مندرجہ ذیل سے ظاہر ہے کہ

	$\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{6}$
لیکن	$\frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$
پس	$\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

نوٹ: $\frac{1}{2}$ کو 3 پر تقسیم کرنے کے لیے $\frac{1}{2}$ کو 3 کے ضربی معکوس یعنی $\frac{1}{3}$ سے ضرب دیا گیا ہے۔

مثال 1 : حل کیجیے۔ $\frac{27}{32} \div 9$

حل

$$\frac{27}{32} \div 9$$

$$= \frac{27}{32} \times \frac{1}{9}$$

$$= \frac{3}{32}$$



حل کیجیے۔

1- $20 \div \frac{1}{3}$
2- $50 \div \frac{2}{3}$
3- $140 \div \frac{7}{2}$
4- $180 \div 4\frac{1}{2}$
5- $200 \div 6\frac{1}{4}$
6- $175 \div 8\frac{1}{3}$
7- $\frac{1}{3} \div 5$
8- $\frac{2}{5} \div 6$
9- $\frac{4}{9} \div 12$
10- $2\frac{1}{3} \div 6$
11- $4\frac{1}{5} \div 7$
12- $8\frac{2}{3} \div 13$
13- $14\frac{4}{5} \div 46$
14- $18\frac{3}{5} \div 62$
15- $19\frac{4}{5} \div 77$
16- $12\frac{6}{7} \div 30$
17- $9\frac{6}{11} \div 70$
18- $24\frac{2}{3} \div 111$

4.7 کسور کی باہمی تقسیم :

کسر کی کسر پر تقسیم کے عمل کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : $7\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$ کو حل کیجیے۔

حل یہاں $7\frac{1}{2}$ کو $1\frac{1}{2}$ برابر حصوں میں بانٹنا بظاہر مشکل عمل ہے۔ تاہم $7\frac{1}{2}$ میں $1\frac{1}{2}$ کتنی بار شامل ہے یا $7\frac{1}{2}$ میں سے $1\frac{1}{2}$ کتنی بار تفریق کر سکتے ہیں سمجھ میں آتا ہے۔

تفریق کا تفصیلی عمل یوں ہوگا۔

$$7\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} = \frac{15}{2} - \frac{3}{2} = \frac{12}{2}$$

$$\frac{12}{2} - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} = \frac{6}{2}$$

$$\frac{6}{2} - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

یعنی $\frac{15}{2}$ میں سے $\frac{3}{2}$ کو بار بار تفریق کریں تو پانچ مرتبہ تفریق کرنے سے 0 حاصل ہوتا ہے۔

$$7\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = \frac{15}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{15}{2} \times \frac{2}{3} = 5$$

پس

$$\frac{15}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{15}{2} \times \frac{2}{3} = 5$$

نوٹ : $\frac{3}{2}$ کا ضربی معکوس $\frac{2}{3}$ ہے۔

اس سے معلوم ہوا کہ

"اگر ایک کسر کو دوسری کسر پر تقسیم کرنا ہو تو پہلی کسر کو دوسری کسر کے ضربی معکوس سے ضرب دیں گے۔"

مثال 2 : حل کیجیے۔

$8\frac{3}{4} \div 1\frac{2}{5}$

حل

$$8\frac{3}{4} \div 1\frac{2}{5}$$

$$= \frac{35}{4} \div \frac{7}{5}$$

$$= \frac{35}{4} \times \frac{5}{7}$$

$$= \frac{25}{4}$$

$$= 6\frac{1}{4}$$



حل کیجیے۔

1- $\frac{1}{2} \div \frac{1}{5}$	2- $\frac{1}{3} \div \frac{2}{5}$	3- $\frac{5}{6} \div \frac{2}{3}$
4- $1\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$	5- $3\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$	6- $\frac{4}{5} \div 2\frac{2}{3}$
7- $3\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{4}$	8- $5\frac{2}{3} \div 6\frac{3}{4}$	9- $2\frac{1}{3} \div \frac{1}{5}$
10- $\frac{3}{8} \div 1\frac{1}{3}$	11- $\frac{1}{6} \div 3\frac{1}{2}$	12- $1\frac{3}{8} \div 4\frac{1}{3}$
13- $4\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{7}$	14- $2\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{10}$	15- $4\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{3}$

4.8 کسروں پر جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے مِلے جُلے عمل :

خطوط وحدانی کا استعمال :

ہم چوتھی جماعت میں پڑھ چکے ہیں کہ خطوط وحدانی چار طرح کے ہوتے ہیں جو کہ مندرجہ ذیل ہیں۔

(i)	قطعۂ خط	___
(ii)	چھوٹے خطوط وحدانی	( )
(iii)	درمیانے خطوط وحدانی	{ }
(iv)	بڑے خطوط وحدانی	[ ]

سب سے پہلے قطعۂ خط کو دُور کیا جاتا ہے اور پھر چھوٹے خطوط وحدانی کھولے جاتے ہیں۔
اگر خطوط وحدانی کے اندر بھی ملی جُلی علامتیں ہوں تو سب سے پہلے "تقسیم" پھر "ضرب" اور پھر "جمع و تفریق" کے عمل کیے جاتے ہیں۔ یہ اصول قدرتی اعداد اور کسروں میں ایک ہی طرح استعمال ہوتے ہیں۔ ان کے اِستعمال کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : مختصر کیجیے۔

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right) \div \left(2\frac{1}{6} \times 3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{8}\right) \times 5\frac{1}{7} \div \frac{1}{7}$$

حل

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right) \div \left(2\frac{1}{6} \times 3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{8}\right) \times 5\frac{1}{7} \div \frac{1}{7}$$

$$= \left(\frac{6+4-3}{12}\right) \div \left(\frac{13}{6} \times \frac{15}{4} - \frac{9}{8}\right) \times \frac{36}{7} \div \frac{1}{7}$$

$$= \frac{7}{12} \div \left(\frac{65}{8} - \frac{9}{8}\right) \times \frac{36}{7} \div \frac{1}{7}$$

$$= \frac{7}{12} \div \left(\frac{65-9}{8}\right) \times \frac{36}{7} \div \frac{1}{7}$$

$$= \frac{7}{12} \div \frac{56}{8} \times \frac{36}{7} \times \frac{7}{1}$$

$$= \frac{7}{12} \times \frac{8}{56} \times 36$$

$$= 3$$

مثال 2 : حل کیجیے۔

$$5\frac{1}{2} + \left\{3\frac{1}{4} - \left(1\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right)\right\}$$

حل

$$5\frac{1}{2} + \left\{3\frac{1}{4} - \left(1\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right)\right\}$$

$$= \frac{11}{2} + \left\{\frac{13}{4} - \left(\frac{5}{3} + \frac{5}{6}\right)\right\}$$

$$= \frac{11}{2} + \left\{\frac{13}{4} - \left(\frac{10+5}{6}\right)\right\}$$

$$= \frac{11}{2} + \left\{\frac{13}{4} - \frac{15}{6}\right\}$$

$$= \frac{11}{2} + \left\{\frac{39-30}{12}\right\}$$

$$= \frac{11}{2} + \frac{9}{12}$$

$$= \frac{66+9}{12}$$

$$= \frac{75}{12}$$

$$= \frac{25}{4}$$

$$= 6\frac{1}{4}$$

مثال 3 : حل کیجیے۔

$$4\frac{1}{2}-\left[\frac{2}{3}\div\left\{\left(\frac{5}{2}-\overline{\frac{7}{12}-\frac{1}{4}}\right)\times\frac{3}{13}\right\}\right]$$

حل

$$4\frac{1}{2}-\left[\frac{2}{3}\div\left\{\left(\frac{5}{2}-\overline{\frac{7}{12}-\frac{1}{4}}\right)\times\frac{3}{13}\right\}\right]$$

$$=4\frac{1}{2}-\left[\frac{2}{3}\div\left\{\left(\frac{5}{2}-\frac{7-3}{12}\right)\times\frac{3}{13}\right\}\right]$$

$$=\frac{9}{2}-\left[\frac{2}{3}\div\left\{\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{13}\right\}\right]$$

$$=\frac{9}{2}-\left[\frac{2}{3}\div\left\{\left(\frac{15-2}{6}\right)\times\frac{3}{13}\right\}\right]$$

$$=\frac{9}{2}-\left[\frac{2}{3}\div\left\{\frac{13}{6}\times\frac{3}{13}\right\}\right]$$

$$=\frac{9}{2}-\left[\frac{2}{3}\div\frac{1}{2}\right]$$

$$=\frac{9}{2}-\left[\frac{2}{3}\times\frac{2}{1}\right]$$

$$=\frac{9}{2}-\frac{4}{3}$$

$$=\frac{9\times3-4\times2}{6}$$

$$=\frac{27-8}{6}$$

$$=\frac{19}{6}$$

$$=3\frac{1}{6}$$



حل کیجیے۔

1- $\frac{3}{5} \times \frac{8}{7} \div \frac{6}{7} \times \frac{4}{3}$

2- $9\frac{1}{2} \div \left(2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6} \times 3\frac{1}{7}\right)$

3- $7\frac{1}{2} \div \left(2\frac{1}{2} - \frac{1}{9} \times 6\frac{2}{3}\right)$

4- $\left(\frac{8}{17} + 7\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}\right) \div \frac{13}{17}$

5- $4 \times \left[3\frac{4}{5} \div \left\{\frac{2}{3} - \left(\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} - \frac{1}{10}\right)\right\}\right]$

6- $5 + \left[\frac{1}{3} \times \left\{\frac{3}{5} \div \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4}\right)\right\}\right]$

7- $6\frac{1}{2} - \left\{\frac{2}{3} \div \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{13}{3}\right\}$

8- $\left(3\frac{2}{5} \div 1\frac{5}{7} \times 4\frac{1}{12}\right) \div \left(5\frac{2}{21} - 3\frac{19}{28}\right)$

9- $4\frac{2}{3} \div \left\{\frac{4}{5} \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)\right\}$

10- $\frac{1}{2} \div \left[1\frac{4}{5} - \left\{\frac{2}{3} \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \overline{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}\right)\right\}\right]$

باب 5

کسور اعشاریہ

کسور اعشاریہ کے ابتدائی تصورات مثلاً کسر اعشاریہ، کسر اعشاریہ کو پڑھنے کا طریقہ، واجب کسر اعشاریہ، مخلوط کسر اعشاریہ اور کسر اعشاریہ کے مرتبہ کے متعلق ہم (چوتھی جماعت میں) واقفیت حاصل کر چکے ہیں نیز کسور اعشاریہ کی جمع اور تفریق (دو مرتبہ تک) سے متعلق بھی ہم واقفیت رکھتے ہیں۔

اب کسور اعشاریہ کے بارے میں مزید پڑھیں گے۔

تین مرتبوں والی کسور اعشاریہ کی جمع و تفریق کا طریقہ ہم سیکھ چکے ہیں۔ زیادہ مرتبوں والی کسور کی جمع اور تفریق کے لیے اِس طریقے کی توسیع نہایت آسان ہے۔ کسور اعشاریہ کی جمع اور تفریق قدرتی اعداد کی جمع اور تفریق کی طرح ہے۔ جس طرح اکائیوں میں اکائیاں، دہائیوں میں دہائیاں اور سینکڑوں میں سینکڑے وغیرہ جمع ہوتے ہیں اسی طرح کسور اعشاریہ کی جمع میں دسووں میں دسویں، سووں میں سوویں اور ہزاروں میں ہزارویں جمع کیے جاتے ہیں۔ یاد رہے کہ تفریق میں بھی مقامی قیمتوں کا خیال رکھا جاتا ہے۔ ذیل کی حل شدہ مثالوں سے اس کی وضاحت ہو جائے گی۔

مثال 1 : 432.06 اور 8972.456 کو جمع کیجیے۔

حل اکائیوں، دہائیوں، سینکڑوں، ہزاروں کو ایک دوسرے کے اُوپر نیچے اور اسی طرح نقطہ اعشاریہ کے نیچے نقطہ اعشاریہ، دسووں، سووں کو بھی اُوپر نیچے لکھنے سے جمع کا عمل یوں ہوگا۔

```
 ①①   ①
  432.060
 8972.456
---------
 9404.516
```

پلس حاصل جمع = 9404.516

نوٹ : جمع کرتے وقت کسروں کو ہم مرتبہ کرنے کے لیے مناسب تعداد میں دائیں طرف صفریں بڑھا لی جاتی ہیں۔

مثال 2 : 41.456 ، 297 اور 8951.97 کو جمع کیجیے۔

حل

41.456
297.000
8951.970
9290.426

پس 41.456 ، 297 اور 8951.97 کی حاصل جمع = 9290.426

مثال 3 : 43.99 اور 34.84 کا فرق معلوم کیجیے۔

حل

43.99
− 34.84
9.15

پس 43.99 اور 34.84 کا فرق = 9.15

مثال 4 : 153.27 اور 87.564 کا فرق معلوم کیجیے۔

حل

153.270
− 87.564
65.706

پس فرق = 65.706

نوٹ : جمع کی طرح تفریق کرتے وقت بھی کسروں کو ہم مرتبہ کرنے کے لیے مناسب تعداد میں دائیں طرف صفریں بڑھا دی جاتی ہیں۔



1- دی ہوئی کسروں کو جمع کیجیے۔

(i) 8.976, 81.67 (ii) 0.145, 2.89 (iii) 458.67, 89.0381

(iv) 99.999 , 239.87 (v) 85.046 , 12.45 , 1.345

(vi) 12.275 , 240.13 , 890.2

2- مندرجہ ذیل مقداروں کو کسر اعشاریہ میں لکھیے اور ان کا حاصل جمع اور فرق بھی معلوم کیجیے۔

(i) 475 کلوگرام 450 گرام ، 270 کلوگرام 45 گرام

(ii) 959 کلومیٹر 70 میٹر ، 625 کلومیٹر 370 میٹر

3- مندرجہ ذیل کسروں کا فرق معلوم کیجیے۔

(i) 42.01 , 28.456 (ii) 415.45 , 129.235

حل کیجیے۔

4- 8.167 + 24.56 − 28.375

5- 214.167 − 475.56 + 300.23

6- 400 − 685.678 + 585.899

7- 1000 − 1285.37 + 300.125

8- 3002 − 2345.6 − .765

5.1 کسر اعشاریہ کو کسر عام میں تحویل کرنا :

اِس طریقے کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : 0.23 کو کسر عام میں تحویل کیجیے۔

حل 0.23 میں 2 دسویں اور 3 سوویں ہیں۔

$$0.23 = \frac{2}{10} + \frac{3}{100}$$

$$= \frac{20 + 3}{100}$$

$$= \frac{23}{100}$$

نوٹ : چونکہ $\frac{23}{100} = .23$ اس لیے 23. کو 23 سوویں بھی کہا جا سکتا ہے۔ اسی طرح 225. کو 225 ہزارویں بھی کہہ سکتے ہیں۔

مثال 2 : ‎.025‎ کو کسرِ عام میں تحویل کیجیے۔

حل

$$.025 = \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$$

$$= \frac{20 + 5}{1000}$$

$$= \frac{25}{1000}$$

$$= \frac{1}{40}$$

اِن مثالوں سے معلوم ہُوا کہ اگر کسی واجب کسرِ اعشاریہ کو کسرِ عام میں تحویل کرنا ہو تو دی ہوئی کسر کا نقطہ اعشاریہ حذف کرنے سے مطلوبہ کسرِ عام کا شمار کنندہ حاصل ہو جائے گا۔ مخرج کے لیے پہلے 1 لکھیے پھر 1 کے دائیں طرف اتنے صفر لگا لیں جتنا کہ کسرِ اعشاریہ کا مرتبہ ہے۔ اِس قاعدے کے مطابق جو کسر حاصل ہو اُسے مختصر کر لیجیے۔ چنانچہ

$$.125$$

$$= \frac{125}{1000}$$

$$= \frac{1}{8}$$

اِسی طرح

$$.205$$

$$= \frac{205}{1000} = \frac{41}{200}$$

نوٹ : واجب کسرِ اعشاریہ کو کسرِ عام میں تحویل کرنے کا اُوپر دیا گیا طریقہ مخلوط کسروں کی صُورت میں بھی اِستعمال ہوتا ہے۔

مثال 3 : ‎4.375‎ کو کسرِ عام میں تحویل کیجیے۔

حل

$$4.375 = \frac{4375}{1000}$$

$$= 4\frac{375}{1000}$$

$$= 4\frac{3}{8}$$

مشق 5.2

کسور اعشاریہ کو کسور عام میں تحویل کیجیے ۔ جواب مختصر صورت میں لکھیے ۔

1 -	.1	2 -	.2	3 -	.5	4 -	.01
5 -	.25	6 -	.625	7 -	.75	8 -	.375
9 -	.002	10 -	.025	11 -	.575	12 -	2.022
13 -	51.045	14 -	262.008	15 -	5.054	16 -	6.435

5.2 ایسی کسور عام کو کسور اعشاریہ میں تحویل کرنا جن کے مخرج 10 ، 100 ، 1000 ہوں :

مثال 1 : $\frac{3}{10}$ کو کسر اعشاریہ میں تحویل کیجیے ۔

حل

تین دسویں = $\frac{3}{10}$

پس $\frac{3}{10} = .3$

مثال 2 : $\frac{13}{100}$ کو کسر اعشاریہ میں تحویل کیجیے ۔

حل

13 سوویں = $\frac{13}{100}$

پس $\frac{13}{100} = .13$

مثال 3 : $4\frac{49}{1000}$ کو کسر اعشاریہ میں تحویل کیجیے ۔

حل

49 ہزارویں = $\frac{49}{1000}$

$= .049$

پس $4\frac{49}{1000} = 4.049$

مندرجہ بالا مثالوں سے معلوم ہوا کہ

" اگر کسی ایسی واجب یا غیر واجب کسر عام کو کسر اعشاریہ میں تحویل کرنا ہو، جس کا مخرج

1000 ، 100 ، 10 ہو تو شمار کنندہ میں نقطہ اعشاریہ دائیں طرف اتنے ہندسے چھوڑ کر لگا دیں جتنے صفر مخرج میں ہوں (اگر ہندسوں کی تعداد کم ہو تو مناسب تعداد میں بائیں طرف صفروں کا اضافہ کیجیے) اس طرح سے مطلوبہ کسر اعشاریہ حاصل ہو جائے گی"۔

نوٹ : مخلوط کسر عام کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنے کے لیے پہلے اسے غیر واجب کسر میں بدل لیا جاتا ہے۔

5.3 کسر اعشاریہ کو قدرتی عدد سے ضرب دینا :

کسر اعشاریہ کی قدرتی اعداد سے ضرب مندرجہ ذیل مثالوں سے واضح ہو۔

مثال 1 : حل کیجیے۔ $.7 \times 3$

حل

$$.7 \times 3$$

$$= \frac{7}{10} \times 3$$

$$= \frac{7 \times 3}{10}$$

$$= \frac{21}{10}$$

$$= 2.1$$

$$\begin{array}{r} .7 \\ \times 3 \\ \hline 2.1 \end{array}$$

پس $.7 \times 3 = 2.1$

مثال 2 : حل کیجیے۔ 2.09×7

حل

$$2.09 \times 7$$

$$= \frac{209}{100} \times 7$$

$$= \frac{1463}{100}$$

$$= 14.63$$

$$\begin{array}{r} 2.09 \\ \times 7 \\ \hline 14.63 \end{array}$$

پس $2.09 \times 7 = 14.63$

مثال 3 : حل کیجیے۔ 52.002×8

حل

$$52.002 \times 8$$
$$= \frac{52002}{1000} \times 8$$
$$= \frac{52002 \times 8}{1000}$$
$$= \frac{416016}{1000}$$
$$= 416.016$$

```
 52.002
   × 8
-------
416.016
```

پس $52.002 \times 8 = 416.016$

ان مثالوں سے ظاہر ہے کہ

"اگر کسی کسر اعشاریہ کو قدرتی عدد سے ضرب دینا ہو تو کسر اعشاریہ سے نقطہ اعشاریہ کو نظر انداز کر کے ضرب دے لی جائے اور حاصل ضرب میں نقطہ اعشاریہ دائیں طرف سے اتنے ہی ہندسے چھوڑ کر لگایا جائے جتنے کہ دی ہوئی کسر میں ہیں"۔

مثلاً

28.45 اور 64 کا حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے ہم 2845 اور 64 کو ضرب دیتے ہیں اور ان کے حاصل ضرب میں دائیں طرف سے دو ہندسے چھوڑ کر نقطہ اعشاریہ لگا دیتے ہیں۔

$$28.45 \times 64$$
$$= 1820.80$$
$$= 1820.8$$

```
   2845
   × 64
-------
  11380
 170700
-------
 182080
```

5.4 کسر اعشاریہ کی 10، 100، 1000 سے ضرب :

اِس کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

(i) $.02 \times 10$
$= \frac{2}{100} \times 10$
$= \frac{2}{10}$
$= .2$

(ii) 4.5×10
$= \frac{45}{10} \times 10$
$= 45$
$= 45.0$

(iii) 23.92×10
$= \frac{2392}{100} \times 10$
$= \frac{2392}{10}$
$= 239.2$

ان مثالوں سے معلوم ہُوا کہ کسی کسر اعشاریہ کو 10 سے ضرب دینے پر نقطہ اعشاریہ ایک مرتبہ دائیں طرف سرک جاتا ہے۔

(iv) $.5 \times 100$
$= \frac{5}{10} \times 100$
$= 5 \times 10$
$= 50$
$= 50.0$

(v) 6.04×100
$= \frac{604}{100} \times 100$
$= 604$
$= 604.0$

(vi) $.075 \times 100$
$= \frac{75}{1000} \times 100$
$= \frac{75}{10}$
$= 7.5$

ان مثالوں سے معلوم ہُوا کہ کسی کسر اعشاریہ کو 100 سے ضرب دینے پر نقطہ اعشاریہ دو مرتبے دائیں طرف سرک جاتا ہے۔

اِسی طرح

(vii) $.72 \times 1000$
$= \frac{72}{100} \times 1000$
$= 72 \times 10$
$= 720$
$= 720.0$

(viii) 27.5×1000
$= \frac{275}{10} \times 1000$
$= 275 \times 100$
$= 27500$
$= 27500.0$

پس کسی کسر اعشاریہ کو 1000 سے ضرب دینے سے نقطہ اعشاریہ تین مرتبے دائیں طرف

سرک جاتا ہے۔

نوٹ : اگر نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف پوری تعداد میں ہندسے نہ ہوں تو مناسب تعداد میں صفر لگا لیے جاتے ہیں۔ جیسا کہ مثال (iv)، (vii) اور (viii) میں کیا گیا ہے۔

5.5 کسر اعشاریہ کی کسر اعشاریہ سے ضرب :

(i)

$.3 \times .2$

$= \frac{3}{10} \times \frac{2}{10}$

$= \frac{3 \times 2}{100}$

$= \frac{6}{100}$

$= .06$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \hline 6 \end{array}$$

پس $.3 \times .2 = .06$

(ii)

2.5×3.65

$= \frac{25}{10} \times \frac{365}{100}$

$= \frac{9125}{1000}$

$= 9.125$

$$\begin{array}{r} 365 \\ 25 \\ \hline 1825 \\ 7300 \\ \hline 9125 \end{array}$$

پس $2.5 \times 3.65 = 9.125$

(iii)

$.04 \times 6.5$

$= \frac{4}{100} \times \frac{65}{10}$

$= \frac{260}{1000}$

$= .260$

$= .26$

$$\begin{array}{r} 65 \\ \times 4 \\ \hline 260 \end{array}$$

پس $.04 \times 6.5 = .260 = .26$

اِن مثالوں سے ظاہر ہے کہ

اگر دو کسور اعشاریہ کو ضرب دینا ہو تو انہی نقاط اعشاریہ کو نظر انداز کر کے ضرب دے لیں

اور حاصل ضرب میں دونوں کے مراتب اعشاریہ کے مجموعے کے برابر (دائیں طرف سے) ہندسے چھوڑ کر نقطہ اعشاریہ لگا لیں۔ اس طرح سے کسور اعشاریہ کا حاصل ضرب مل جائے گا۔

اس قاعدہ کی مزید وضاحت ذیل کی مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : 5.82 اور 4.3 کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

حل

$582 \times 43 = 25026$

دی ہوئی کسور کے مرتبوں کا مجموعہ

$1 + 2 = 3$

پس کسروں کا حاصل ضرب $= 25.026$

```
  582
 × 43
 ----
 1746
2328
-----
25026
```

مثال 2 : اگر ایک میٹر کپڑا 11.70 روپے کا ملتا ہو تو 42.5 میٹر کپڑا کتنے کا ملے گا؟

حل ایک میٹر کپڑے کی قیمت $= 11.70$ روپے

لہٰذا 42.5 میٹر کپڑے کی قیمت $= 42.5 \times 11.70$

$= 497.25$ روپے

```
   1170
  × 425
 ------
   5850
  2340
 4680
 ------
 497250
```



کسور اعشاریہ میں تحویل کیجیے۔

1- چھ سوویں　2- 20 سوویں　3- $\frac{23}{1000}$　4- $\frac{215}{100}$

5- $\frac{41251}{1000}$ 6- $40\frac{41}{1000}$ 7- $101\frac{3}{1000}$ 8- $\frac{17}{1000}$ 9- $\frac{112}{1000}$

ہر کسر کو 10 ، 100 اور 1000 سے ضرب دیجیے۔

10- 412.34
11- .005
12- .007
13- 45.25
14- 313.6
15- 212.005
16- 4107.23

حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

17- $.2 \times 5$
18- $.125 \times 8$
19- $.4 \times 8$
20- 1.5×9
21- 2.5×16
22- 2.25×32
23- $2.8 \times .7$
24- $4.8 \times .6$
25- $6.35 \times .9$
26- $63.3 \times .15$
27- 4.05×1.2
28- $.2 \times .16$
29- $422.5 \times .12$
30- 25.25×160.4

31- شکر 4.60 روپے کی ایک کلوگرام ملتی ہے۔ 117.3 کلوگرام شکر کتنے کی ملے گی ؟

5.6 کسور اعشاریہ کی 10 اور 100 پر تقسیم :

اس طریقہ کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے ۔

(i) $.3 \div 10$

$= \frac{3}{10} \div 10$

$= \frac{3}{10} \times \frac{1}{10}$

$= \frac{3}{100}$

$= .03$

(ii) $4.4 \div 10$

$= \frac{44}{10} \div 10$

$= \frac{44}{10} \times \frac{1}{10}$

$= \frac{44}{100}$

$= .44$

(iii) $.05 \div 10$

$= \frac{5}{100} \div 10$

$= \frac{5}{100} \times \frac{1}{10}$

$= \frac{5}{1000}$

$= .005$

پچھلے صفحے پر دی گئی مثالوں سے ظاہر ہے کہ
کسی کسرِ اعشاریہ کو 10 پر تقسیم کرنے سے نقطہ اعشاریہ ایک درجے بائیں طرف سرک جاتا ہے۔

(i)
$$0.4 \div 100$$
$$= \frac{4}{10} \div 100$$
$$= \frac{4}{10} \times \frac{1}{100}$$
$$= \frac{4}{1000}$$
$$= .004$$

(ii)
$$30.5 \div 100$$
$$= \frac{305}{10} \div 100$$
$$= \frac{305}{10} \times \frac{1}{100}$$
$$= \frac{305}{1000}$$
$$= .305$$

اِن مثالوں سے ظاہر ہے کہ
کسی کسرِ اعشاریہ کو 100 پر تقسیم کرنے کے لیے نقطہ اعشاریہ کو دو مرتبے بائیں طرف سرکانا پڑے گا۔

نوٹ: آپ کو یاد ہو گا کہ کسی کسرِ اعشاریہ کو 10، 100، 1000 سے ضرب دینے سے نقطہ اعشاریہ اسی ترتیب سے ایک مرتبہ، دو مرتبے، تین مرتبے دائیں طرف سرک جاتا ہے۔ تقسیم چونکہ ضرب کا اُلٹ عمل ہے۔ اس سے نقطہ اعشاریہ بائیں طرف سرک جاتا ہے۔

5.7 کسورِ اعشاریہ کی قدرتی اعداد پر تقسیم :

اِس کی وضاحت چند اور حل شدہ مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : 7.225 کو 25 پر تقسیم کیجیے۔

حل ہم یہاں پر تقسیم کا قاعدہ استعمال کرتے ہیں۔

```
      .289
25 ) 7.225
     5 0
     ---
     222
     200
     ---
      225
      225
      ---
        0
```

حاصل قسمت = .289

مثال 2 : 1.288 کو 23 پر تقسیم کیجیے۔

حل ہم یہاں تقسیم کا قاعدہ استعمال کرتے ہیں۔

```
      .056
23 ) 1.288
     1 15
     ----
      138
      138
      ---
        0
```

حاصل قسمت = .056

مثال 3 : 1.96 کو 8 پر تقسیم کیجیے۔

حل

```
     .245
8 ) 1.960
    1 6
    ---
     36
     32
     --
      40
      40
      --
       0
```

حاصل قسمت = .245

نوٹ: یہاں چونکہ تقسیم کا عمل دوسرے قدم پر پورا نہیں ہوتا اور 4 باقی بچ جاتا ہے۔ مقسوم کے دائیں طرف ایک صفر لگائی گئی ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ کسرِ اعشاریہ کے دائیں طرف ایک یا ایک سے زیادہ صفر لگانے سے اس کی قیمت نہیں بدلتی۔

تقسیم کے عمل کو ختم کرنے کے لیے ہمیں اکثر کسرِ اعشاریہ (مقسوم) کے دائیں طرف چند صفریں لگانی پڑتی ہیں۔

مثال 4 : اگر 5 لِٹر دُودھ کی قیمت 21.25 روپے ہو تو ایک لِٹر دُودھ کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل

5 لِٹر دُودھ کی قیمت = 21.25 روپے

ایک لِٹر دُودھ کی قیمت = $21.25 \div 5$

$= 21.25 \times \frac{1}{5}$

$= 4.25$

پس ایک لِٹر دُودھ کی قیمت = 4.25 روپے

```
5 / 21.25 \ 4.25
    20
    --
    12
    10
    --
     25
     25
     --
      0
```

5.8 کسرِ عام کو کسرِ اعشاریہ میں تحویل کرنا :

مثال 1 : $\frac{1}{4}$ کو کسرِ اعشاریہ میں تحویل کیجیے۔

حل

$\frac{1}{4}$ کو $1 \div 4$ لکھ سکتے ہیں۔

4	1.00
	.25

1 کے دائیں طرف نقطہ اعشاریہ اور ضروری تعداد میں صفر لگا کر تقسیم کیا ہے۔ اس طرح

معلوم ہُوا کہ

$\frac{1}{4} = .25$

مثال 2 : $\frac{1}{8}$ کو کسر اعشاریہ میں تحویل کیجیے۔

حل

$$\frac{1}{8}$$

$$= 1 \div 8$$

$$= .125$$

تقسیم کے عمل سے معلوم ہُوا کہ

$$\frac{1}{8} = 0.125$$

$$8 \,|\, 1.000 = 0.125$$

```
     .125
  8 / 1.000
      8
     --
      20
      16
     ---
       40
       40
      ---
        0
```

مثال 3 : $\frac{3}{125}$ کو کسر اعشاریہ میں تحویل کیجیے۔

حل

$$\frac{3}{125}$$

$$= 3 \div 125$$

$$= .024$$

```
          .024
  125 / 3.000
        2.50
        -----
          500
          500
          ---
            0
```

5.9 کسر اعشاریہ کی کسر اعشاریہ پر تقسیم :

مثال 1 : $.4 \div .2$

حل

$$.4 \div .2$$

$$= \frac{4}{10} \div \frac{2}{10}$$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{10}{2}$$

$$= \frac{4}{2}$$

$$= 2$$

پس

$$.4 \div .2 = 4 \div 2 = 2$$

مثال 2 $.04 \div .005$

حل

$$.04 \div .005$$
$$= \frac{4}{100} \div \frac{5}{1000}$$
$$= \frac{4}{100} \times \frac{1000}{5}$$
$$= \frac{40}{5}$$
$$= 8$$

پس $.04 \div .005 = 40 \div 5 = 8$

ان مثالوں سے معلوم ہُوا کہ
ایک کسر اعشاریہ کو دوسری کسر اعشاریہ پر تقسیم کرنے کے لیے دونوں کسروں کو کسور عام میں تبدیل کر کے حسبِ معمول تقسیم کا عمل کیا جاتا ہے۔

مشق 5.4

مندرجہ ذیل کسروں میں سے ہر ایک کو 10 اور 100 پر تقسیم کیجیے۔

1- 4.5 2- 999.9 3- 100.7

حل کیجیے:

4- $.4 \div 8$
5- $.25 \div 50$
6- $.224 \div 14$
7- $1.575 \div 45$
8- $4.32 \div 48$
9- $17.4 \div 29$
10- $138.3 \div .3$
11- $1.998 \div .6$
12- $2.667 \div .07$
13- $3.708 \div .06$
14- $.851 \div .23$
15- $.3416 \div 5.6$
16- $28.71 \div .09$
17- $27.642 \div 54.2$
18- $1.395 \div .005$

کسورِ عام کو کسورِ اعشاریہ میں تحویل کیجیے۔

19- $\frac{3}{5}$	20- $\frac{17}{20}$	21- $\frac{3}{125}$	22- $\frac{323}{500}$

(23) 40 کلوگرام چاول کی قیمت 210 روپے ہو تو ایک کلوگرام چاول کی قیمت کیا ہوگی؟
(کسرِ اعشاریہ میں جواب نکالیے)

(24) 50 گیلن 227.30 لٹر کے برابر ہوں تو بتائیے کہ ایک گیلن کتنے لٹر کے برابر ہوگا؟

(25) کپڑے کا ایک تھان جس کی لمبائی 22.75 میٹر ہے 455 روپے میں ملا۔ ایک میٹر کپڑے کی قیمت معلوم کیجیے۔

5.10 کسورِ اعشاریہ پر جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے ملے جُلے عمل اور خطوطِ وحدانی کا استعمال:

اگر کسورِ اعشاریہ کے سوالات میں جمع، تفریق و ضرب اور تقسیم کے ملے جُلے عمل کے ساتھ خطوطِ وحدانی بھی ہوں تو ایسے سوالات کو حل کرنے کے لیے وہی اصول استعمال ہوتے ہیں جو کسورِ عام کے لیے استعمال ہوتے ہیں۔ ان اصولوں کے متعلق ہم پہلے پڑھ آئے ہیں جن کی مزید وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1: حل کیجیے۔

$$4.5 \div \{12.25 - (3.5 + 5 \times .75)\}$$

حل

$$4.5 \div \{12.25 - (3.5 + 5 \times .75)\}$$
$$= 4.5 \div \{12.25 - (3.5 + 3.75)\}$$
$$= 4.5 \div \{12.25 - 7.25\}$$
$$= 4.5 \div 5$$
$$= 4.5 \times \frac{1}{5}$$
$$= 4.5 \times .2$$
$$= .90 = .9$$

مثال 2 : حل کیجیے۔

$$4.5-[3.7-\{3.5-3.7\div(2-.15)\}]$$

حل

$$4.5-[3.7-\{3.5-3.7\div(2-.15)\}]$$
$$=4.5-[3.7-\{3.5-3.7\div1.85\}]$$
$$=4.5-[3.7-\{3.5-370\div185\}]$$
$$=4.5-[3.7-\{3.5-2\}]$$
$$=4.5-[3.7-1.5]$$
$$=4.5-2.2$$
$$=2.3$$

مثال 3 : حل کیجیے۔

$$(24\times.5)\div15\times3.5+(5\times.75)\times8$$

حل

$$(24\times.5)\div15\times3.5+(5\times.75)\times8$$
$$=12.0\div15\times3.5+3.75\times8$$
$$=12\times\frac{1}{15}\times3.5+30$$
$$=2.8+30$$
$$=32.8$$

مثال 4 : حل کیجیے۔

$$4.5-[3.7-\{3.5-3.7\div(4\times.5-1.5\times\overline{.09+.01})\}]$$

حل

$$4.5-[3.7-\{3.5-3.7\div(4\times.5-1.5\times\overline{.09+.01})\}]$$
$$=4.5-[3.7-\{3.5-3.7\div(2-1.5\times.1)\}]$$
$$=4.5-[3.7-\{3.5-3.7\div(2-.15)\}]$$
$$=4.5-[3.7-\{3.5-3.7\div1.85\}]$$
$$=4.5-[3.7-\{3.5-370\div185\}]$$

$= 4.5 - [3.7 - \{3.5 - 2\}]$
$= 4.5 - [3.7 - 1.5]$
$= 4.5 - 2.2$
$= 2.3$



1- $(8.1 \div .9) \times (4.84 \div 44)$
2- $(17.01 \div 162) \div (.05 \times .7)$
3- $(14 - 3.62) \div (3.1 + 1.23 - .005)$
4- $(6.27 \times 5) \div (\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 8.36)$
5- $(.28 \times .625) \div 1.25$
6- $5 - [3.1 - 2.5 \div \{50 - 13 \div (3 \times 2 - \overline{2 - 1.92})\}]$
7- $\{(\overline{4.35 - 3.6} \times 2.1) \div 1.75\} \times \{(425.5 \times \overline{2 - 1.36}) \div 0.032\}$

8- ایک کنویں کی کل گہرائی 37 میٹر ہے۔ منڈیر سے پانی کی سطح تک کا فاصلہ 24.75 میٹر ہے۔ کنویں میں پانی کی گہرائی سینٹی میٹروں میں معلوم کیجیے۔

9- 100 گتّے اُوپر تلے رکھے ہُوئے ہیں۔ ان کی اونچائی 0.5 میٹر ہے۔ ہر گتّے کی موٹائی ملی میٹروں میں معلوم کیجیے۔

10- ایک الماری کی اندر سے چوڑائی ایک میٹر ہے۔ اس کے ایک خانے میں 12 سم جگہ چھوڑ کر ایک ہی موٹائی کی 20 کتابیں رکھی ہُوئی ہیں۔ ہر کتاب کی موٹائی معلوم کیجیے۔

11- ایک جوان ایک سیکنڈ میں 2.5 میٹر دوڑتا ہے۔ ایک کلومیٹر کی دوڑ میں اُسے کتنا وقت لگے گا؟

12- ایک دکان دار کے پاس 25 میٹر کپڑے کا ایک تھان تھا۔ اُس نے اس میں سے دو سُوٹ 4.25 میٹر اور تین سوٹ 4.75 میٹر فی سُوٹ لمبائی کے بیچے۔ اس کے پاس کتنا کپڑا باقی بچا؟

باب 6

اِکائی کا قاعدہ

اکائی کا قاعدہ روز مرہ زِندگی میں بڑی اہمیت رکھتا ہے جس کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : اگر ایک کتاب کی قیمت 5 روپے ہو تو ایسی 7 کتابوں کی قیمت کیا ہوگی ؟

حل

ایک کتاب کی قیمت = 5 روپے

7 کتابوں کی قیمت = 5 × 7

= 35 روپے

مثال 2: اگر ایک مزدُور کی ایک دن کی مزدُوری 25 روپے ہو تو اس کی 6 دنوں کی مزدُوری کیا ہو گی ؟

حل

مزدُور کی ایک دن کی مزدُوری = 25 روپے

مزدُور کی 6 دنوں کی مزدُوری = 25 × 6

= 150 روپے

مثال 3: اگر 10 کتابوں کی قیمت 60 روپے ہو تو ایک کتاب کی قیمت کیا ہو گی ؟

حل

10 کتابوں کی قیمت = 60 روپے

ایک کتاب کی قیمت = 10 ÷ 60

= 6 روپے

مثال 4 : اگر ایک مزدور 8 دن میں 240 روپے کمائے تو اُس کی ایک دن کی کمائی

معلوم کیجیے۔

حل

8 دن کی کمائی = 240 روپے

ایک دن کی کمائی = 8 ÷ 240

= 30 روپے

مثال 1، 2 سے واضح ہے کہ جب ایک چیز کی قیمت معلوم ہو تو زیادہ چیزوں کی قیمت معلوم کرنے کے لیے ضرب کا عمل کیا جاتا ہے اور مثال 3، 4 سے واضح ہے کہ جب زیادہ چیزوں کی قیمت معلوم ہو تو ایک چیز کی قیمت معلوم کرنے کے لیے تقسیم کا عمل کیا جاتا ہے۔



1- اگر ایک کیلے کی قیمت 30 پیسے ہو تو 9 کیلوں کی قیمت کیا ہوگی؟

2- اگر ایک فراک کو $1\frac{1}{4}$ میٹر کپڑا لگتا ہو تو اسی حساب سے 4 فراکوں کو کتنا کپڑا لگے گا؟

3- ایک قمیص کو 2.25 میٹر کپڑا لگتا ہے۔ اسی حساب کی 16 قمیصوں کے لیے کتنا کپڑا خریدنا پڑے گا؟

4- 8 کتابوں کی قیمت 32 روپے ہے۔ ایک کتاب کی قیمت معلوم کیجیے۔

5- 480 روپے 12 آدمیوں میں اگر برابر برابر تقسیم کیے جائیں تو ہر ایک آدمی کے حصّے میں کیا آئے گا؟

6- 20 بوری چاولوں کی قیمت 9620 روپے ہے۔ ایک بوری چاول کی قیمت بتائیے۔

7- اگر ایک مکان کا ایک سال کا کرایہ 15000 روپے ہو تو اس کے ایک مہینے کا کرایہ کیا ہوگا؟

8- اگر انڈے 9 روپے فی درجن کے حساب سے ملتے ہوں تو ایک انڈے کی قیمت بتائیے۔

9- اگر 7 کلوگرام آم 63 روپے میں آئیں تو ایک کلوگرام آم کی قیمت بتائیے۔

10- اگر ایک درجن پنسلیں 14.40 روپے کی آئیں تو ایک پنسل کی قیمت کیا ہوگی؟

اکائی کے قاعدہ سے متعلّق مزید سوالات

مثال 1 : 6 کاپیوں کی قیمت 27 روپے ہے ایسی ایک کاپی کی قیمت کیا ہوگی اور ایسی 8 کاپیاں کتنے میں آئیں گی ؟

حل :

6 کاپیوں کی قیمت = 27 روپے

1 کاپی کی قیمت = $27 \div 6$

= 4.50 روپے

8 کاپیوں کی قیمت = 8×4.50

= 36 روپے

مثال 2 : ایک درجن رومال 30 روپے کے آتے ہیں۔ ایسے 7 رومالوں کی قیمت کیا ہوگی ؟

حل :

12 رومالوں کی قیمت = 30 روپے

1 رومال کی قیمت = $30 \div 12$

= 2.50 روپے

7 رومالوں کی قیمت = 7×2.50

= 17.50 روپے

مثال 3 : اگر مالٹے 40 روپے فی سینکڑا ہوں تو ایک درجن مالٹے کتنے کے آئیں گے ؟

حل :

100 مالٹوں کی قیمت = 40 روپے

1 مالٹے کی قیمت = $40 \div 100$

= $40 \times \frac{1}{100}$

12 مالٹوں کی قیمت = $12 \times 40 \times \frac{1}{100}$

= $\frac{480}{100}$ روپے

= 4.80 روپے

مثال 4 : ایک سو روپے پر 2.50 روپے کے حساب سے زکوٰۃ واجب ہے۔ بتائیے 4750 روپے پر کتنی زکوٰۃ ادا کرنا پڑے گی ؟

حل :

100 روپے پر زکوٰۃ = 2.50 روپے

1 روپے پر زکوٰۃ = 2.50 ÷ 100

4750 روپے پر زکوٰۃ = 4750 × 2.50 ÷ 100

= 4750 × .025

= 118.75

مشق 6.2

1- اگر 5 کلوگرام گوشت کی قیمت 80 روپے ہو تو بتائیں 9 کلوگرام گوشت کتنے کا آئے گا؟

2- ایک کُتب فروش اپنے گاہکوں کو 100 روپے کی کتابیں خریدنے پر 20 روپے رعائت دیتا ہے۔ 18.50 روپے کی کتابوں پر کتنی رعایت دے گا ؟

3- اگر 10 گرام سونے کی قیمت 1975 روپے ہو تو 55 گرام سونا خریدنے کے لیے کتنی رقم ادا کرنی پڑے گی ؟

4- اکرم کی 30 دن کی تنخواہ 1659 روپے ہے۔ اس کی ایک ہفتے کی تنخواہ کیا ہو گی ؟

5- ایک کاریگر 15 دن میں 558.75 روپے کماتا ہے۔ بتائیے کہ وہ 28 دنوں میں کتنے روپے کمائے گا ؟

6 ایک طالب علم نے ایک ہفتے میں 105 سوال حل کیے۔ اسی حساب سے وہ 360 سوال کتنے دنوں میں حل کرے گا ؟

7 - 8350 روپے پر کتنی زکوٰۃ ادا کرنی پڑے گی ؟ جبکہ 100 روپے پر زکوٰۃ 2.50 روپے ہو۔

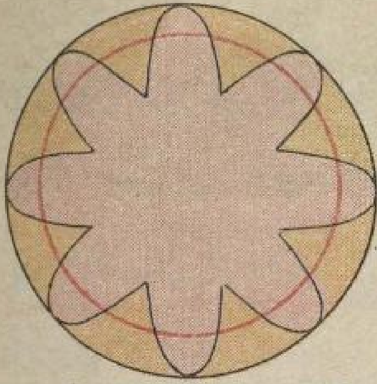
8 - 5 کلو سیب 40 روپے میں آتے ہیں۔ 100 روپے میں کتنے کلو سیب آئیں گے ؟

9 - 28 مزدوروں کی روزانہ مزدوری 700 روپے ہے۔ 1500 روپے کتنے مزدوروں کی روزانہ مزدوری ہو گی ؟

10 - ایک کار 150 کلومیٹر کا فاصلہ 12.5 لٹر پٹرول سے طے کرتی ہے۔ 37.5 لٹر پٹرول سے وہ کتنا فاصلہ طے کرے گی ؟



باب 7



اوسط

ریاضی میں اوسط ایسی مقدار کو کہتے ہیں جو چند دی ہُوئی مقداروں کی نمائندگی کر سکے۔ اوسط کئی طرح کی ہوتی ہیں۔ یہاں ہم صرف ایک ہی قسم کی اوسط کی بات کریں گے۔ جسے حسابی اوسط کہتے ہیں۔

اوسط معلوم کرنے کی وضاحت مندرجہ ذیل ہے۔

مثلاً ایک پھیری والا ایک دن 27 روپے کماتا ہے اور دوسرے دن 29 روپے۔ اس طرح اس کی 2 دن کی کمائی

$27 + 29 = 56$ (روپے)

اب اگر ان دونوں دنوں میں اس کی کمائی ایک جیسی ہوتی تو اس کی روزانہ کمائی

$56 \div 2 = 28$ (روپے)

ہم کہہ سکتے ہیں کہ ان دو دنوں کی اوسط کمائی 28 روپے فی یوم ہے۔

اسی طرح ایک ریل گاڑی لاہور سے ملتان تک 325 کلومیٹر کا فاصلہ 5 گھنٹے میں طے کرتی ہے۔ اگر سفر کے دوران رفتار ایک جیسی رہتی تو اس کی رفتار $(325 \div 5 = 65)$

65 کلومیٹر فی گھنٹا ہوتی۔ لیکن راستے میں مختلف سٹیشنوں پر گاڑی رکنے کی وجہ سے رفتار کبھی سُست اور کبھی تیز ہو گی۔ اس لیے ہم گاڑی کی کسی وقت پر بھی صحیح رفتار نہیں بتا سکتے۔ البتہ ہم کہہ سکتے ہیں کہ اس سفر کے دوران گاڑی کی اوسط رفتار

یعنی

$325 \div 5 = 65$

65 کلومیٹر فی گھنٹا ہے۔

$$\text{لہٰذا اوسط} = \frac{\text{مقداروں کا مجموعہ}}{\text{مقداروں کی تعداد}}$$

اوسط کی مزید وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : ہفتے کے چھے دنوں میں پانچویں جماعت کے طلبہ کی حاضری مندرجہ ذیل تھی۔

دن	ہفتہ	اتوار	پیر	منگل	بدھ	جمعرات
حاضری	35	32	40	39	33	31

پانچویں جماعت کے طلبہ کی روزانہ اوسط حاضری معلوم کیجیے۔

حل :

کل حاضریاں = 31 + 33 + 39 + 40 + 32 + 35

= 210

دنوں کی تعداد = 6

$$\text{اوسط روزانہ حاضری} = \frac{\text{مجموعی حاضری}}{\text{دنوں کی تعداد}}$$

$$= \frac{210}{6}$$

= 35

مثال 2 : ذیل میں ایک شہر میں پانچ ماہ میں ہونے والی بارش کی مقدار دی گئی ہے۔

ماہ	مئی	جون	جولائی	اگست	ستمبر
بارش کی مقدار	9.6 سم	11.2 سم	10.9 سم	8.4 سم	6.9 سم

شہر میں ہونے والی بارش کی ماہانہ اوسط مقدار معلوم کیجیے۔

حل: 5 مہینوں میں بارش کی مجموعی مقدار = $6.9 + 8.4 + 10.9 + 11.2 + 9.6$

= 47.0 سم

مہینوں کی تعداد = 5

بارش کی اوسط مقدار = $47 \div 5$

= 9.4 سم

مشق 7.1

1 - ایک قاری صاحب رمضان المبارک میں 20 دن میں قرآن مجید ختم کرنا چاہتے ہیں۔ قرآن شریف میں کل 30 پارے ہیں۔ بتائیے قاری صاحب اوسطاً کتنے پارے روزانہ پڑھیں گے۔

2 - عمران خان نے ایک میچ میں 15 دوڑیں دے کر 5 کھلاڑی آوٹ کیے۔ اُس نے اوسطاً کتنی رنز فی کھلاڑی دیں۔

3 - کراچی ایکسپریس 4 گھنٹے میں 262 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے۔ اس کی اوسط رفتار فی گھنٹا معلوم کیجیے۔

4 - تین آدمیوں نے صدر کے امدادی فنڈ میں 1000 روپے، 1200 روپے اور 1460 روپے چندہ دیا۔ اوسط چندہ فی کس معلوم کیجیے۔

5 - حامد، اکبر، محمود اور نذیر کے وزن بالترتیب 25 کلوگرام، 25.5 کلوگرام 24.6 کلوگرام اور 20.9 کلوگرام ہیں۔ ان کا اوسط وزن فی کس معلوم کیجیے۔

6 - ایمپائر سٹیٹ بلڈنگ امریکہ کی اُونچائی 381.48 میٹر ہے۔ اس کی 102 منزلیں ہیں۔ اوسط اونچائی فی منزل معلوم کیجیے۔

7 - مندرجہ ذیل کی اوسط معلوم کیجیے۔

(i) $1\frac{1}{2}$، $2\frac{3}{4}$، $3\frac{1}{6}$، $4\frac{7}{12}$ اور 5 کا

(ii) 38.5 ، 43.7 ، 96.4 اور 53.4 کا

8- عُمر نے اُردو میں 75 ، ریاضی میں 94 ، سائنس میں 66 اور دینیات میں 65 نمبر حاصل کیے، اس کے اوسط نمبر فی مضمون معلوم کیجیے۔

9- اکرم نے ہفتے کے دن 90 پیسے ، منگل کے دن 75 پیسے ، بدھ کو 1.25 روپے ، جمعرات کو 2.50 روپے خرچ کیے۔ اکرم کا اوسط خرچ روزانہ معلوم کیجیے۔

10- ایک دکان دار کا چھ ماہ کا خرچ مندرجہ ذیل ہے۔

مہینے	جنوری	فروری	مارچ	اپریل	مئی	جون
خرچ	1070 روپے	1000 روپے	1250 روپے	750 روپے	850 روپے	900 روپے

اس کا ماہانہ اوسط خرچ معلوم کیجیے۔

11- ایک دن میں ایک مریض کا مختلف اوقات میں درجہ حرارت مندرجہ ذیل تھا۔

37.5° ، 38.2° ، 38.1° اور 38° سینٹی گریڈ

اس کا ایک دن کا اوسط درجہ حرارت معلوم کیجیے۔

12- ایک سائیکل سوار میدانی علاقے میں 48 کلومیٹر کا فاصلہ 4 گھنٹے میں اور اس کے بعد پہاڑی علاقے میں 15 کلومیٹر کا فاصلہ 3 گھنٹے میں طے کرتا ہے۔ اس سارے سفر کے لیے اس کی اوسط رفتار فی گھنٹہ معلوم کیجیے۔



باب 8

گراف

ایک ہی قسم کی مختلف اشیاء کے بارے میں دیے گئے اعداد و شمار کا آپس میں مقابلہ کرنے یا تعلق کو ظاہر کرنے کے لیے ایک طریقہ گراف کا طریقہ ہے۔ اعداد و شُمار کو گراف کے ذریعے ظاہر کر کے ہم فوری طور پر اُن کے متعلق معلومات حاصل کر سکتے ہیں اور کئی اہم نتائج حاصل کر سکتے ہیں۔ مثلاً کاروباری ادارے یا سرکاری ادارے اپنی کارکردگی کا جائزہ لینے کے لیے گراف کا سہارا لیتے ہیں۔

اسی طرح ایک مریض کے مختلف دِنوں کے جسمانی درجہ حرارت کے گراف سے ایک ڈاکٹر فورًا اندازہ لگاتا ہے کہ گزشتہ دنوں میں مریض کی صحت کیسی تھی۔

گراف کئی قسم کے ہوتے ہیں۔ اس باب میں ہم صرف دو قسم کے گراف پڑھنے کا طریقہ سیکھیں گے۔

(i) بارگراف یا پٹی گراف۔

(ii) لائن گراف یا خطی گراف

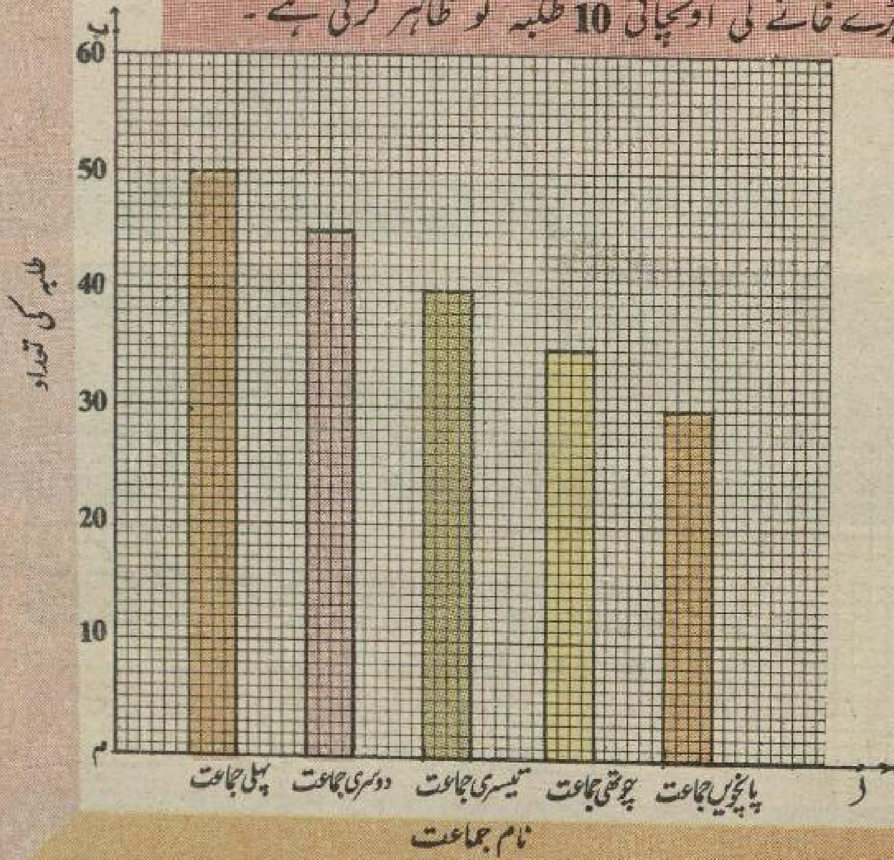
8.1 بارگراف یا پٹی گراف :

مثال 1 : ایک پرائمری اسکول کی مختلف جماعتوں میں طلبہ کی تعداد کو راسی بارگراف کے ذریعہ ظاہر کیا گیا ہے جبکہ مختلف جماعتوں میں طلبہ کی تعداد اگلے صفحہ پر دی گئی ہے۔

تعداد طلبہ	نام جماعت
50	پہلی
45	دوسری
40	تیسری
35	چوتھی
30	پانچویں

پرائمری سکول میں طلبہ کی تعداد کا راسی بار گراف

سکیل: ایک بڑے خانے کی اونچائی 10 طلبہ کو ظاہر کرتی ہے۔



اس گراف میں جماعتوں کے نام افقی شعاع م ا کے ساتھ برابر برابر فاصلے پر لکھے گئے ہیں جبکہ طلبہ کی تعداد راسی شعاع م ب پر دکھائی گئی ہے۔ گراف سے ظاہر ہے کہ

(i) پہلی جماعت میں طلبہ کی تعداد کو ظاہر کرنے والی پٹی سب سے لمبی ہے۔ اس لیے اس جماعت میں طلبہ کی تعداد سب سے زیادہ ہے۔

(ii) پانچویں جماعت میں طلبہ کی تعداد کو ظاہر کرنے والی پٹّی سب سے چھوٹی ہے۔ اس لیے پانچویں جماعت میں طلبہ کی تعداد سب سے کم ہے۔

(iii) ایک بڑے خانے کی اونچائی 10 طلبہ کو ظاہر کرتی ہے اس لیے

پہلی جماعت کے لیے پٹی کی لمبائی = 5 بڑے خانے

طلبہ کی تعداد = 5×10

$= 50$

دوسری جماعت کے لیے پٹی کی لمبائی = $4\frac{1}{2}$

$= \frac{9}{2}$ بڑے خانے

طلبہ کی تعداد = $10 \times \frac{9}{2}$

$= 45$

تیسری جماعت کے لیے پٹی کی لمبائی = 4 بڑے خانے

طلبہ کی تعداد = 10×4

$= 40$

چوتھی جماعت کے لیے پٹی کی لمبائی = $3\frac{1}{2}$

$= \frac{7}{2}$ بڑے خانے

طلبہ کی تعداد = $10 \times \frac{7}{2}$

$= 35$

پانچویں جماعت کے لیے پٹی کی لمبائی = 3 بڑے خانے

طلبہ کی تعداد = 10×3

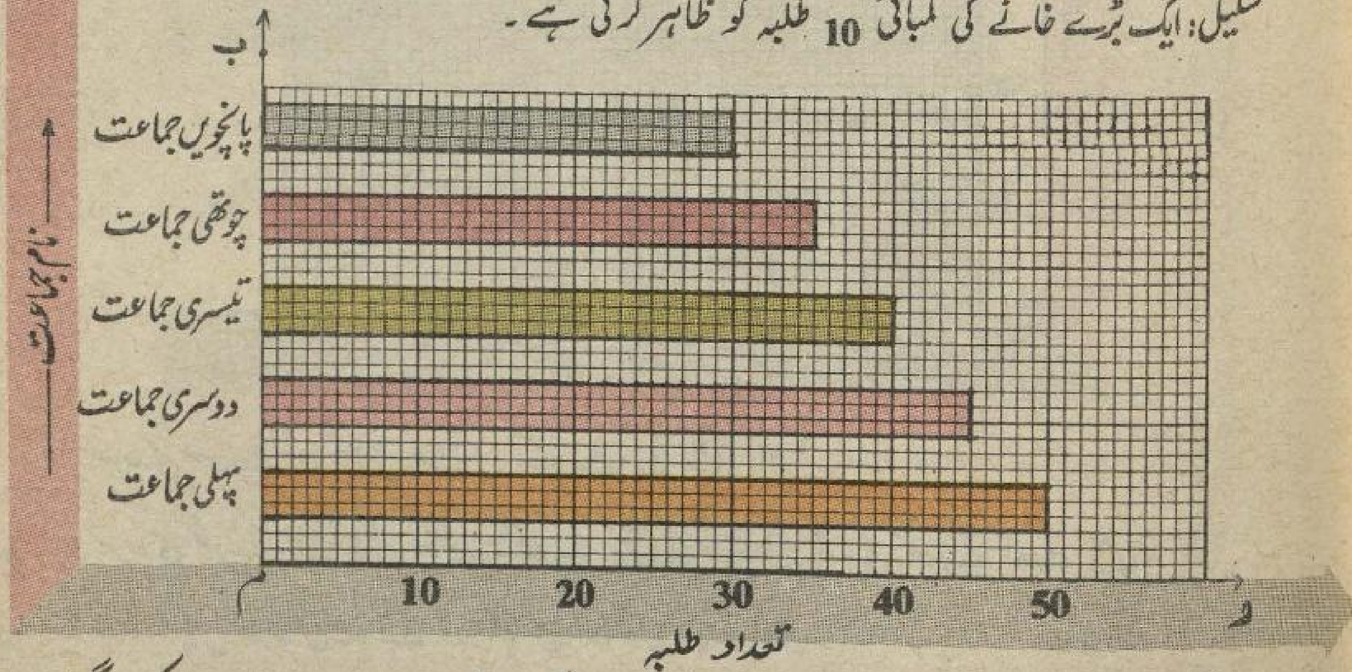
$= 30$

مثال 2 : ایک پرائمری سکول کی مختلف جماعتوں میں طلبہ کی تعداد کو اُفقی بارگراف کے ذریعہ ظاہر کیا گیا ہے جبکہ مختلف جماعتوں میں طلبہ کی تعداد مندرجہ ذیل ہے۔

نام جماعت	تعداد طلبہ
پہلی	50
دُوسری	45
تیسری	40
چوتھی	35
پانچویں	30

پرائمری سکول میں طلبہ کی تعداد کا افقی بارگراف

سکیل: ایک بڑے خانے کی لمبائی 10 طلبہ کو ظاہر کرتی ہے۔



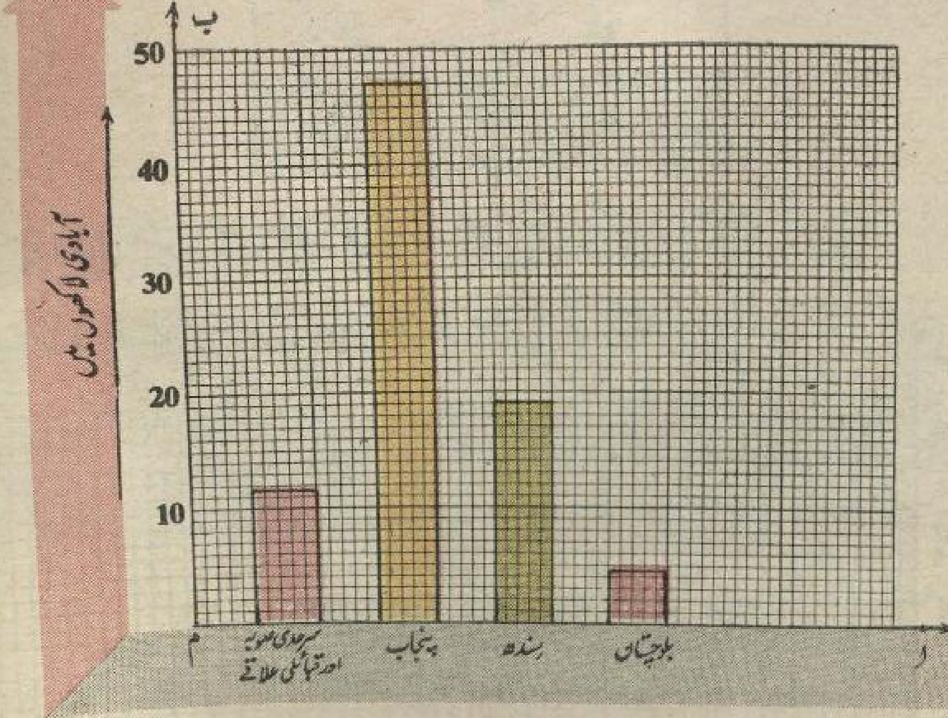
اس گراف میں جماعتوں کے نام راسی شعاع م ب کے ساتھ برابر برابر فاصلے پر لکھے گئے ہیں۔ جبکہ طلبہ کی تعداد افقی شعاع م ا کے ساتھ ظاہر کی گئی ہے۔ ہر خانے کی افقی سمت میں لمبائی 10 طلبہ کو ظاہر کرتی ہے۔

پہلی جماعت میں طلبہ کی تعداد کو ظاہر کرنے والی پٹی کی لمبائی پانچ بڑے خانوں کی لمبائی کے برابر ہے اور 50 طلبہ کو ظاہر کرتی ہے۔

دوسری جماعت میں طلبہ کی تعداد کو ظاہر کرنے والی پٹی کی لمبائی $4\frac{1}{2}$ بڑے خانوں کے برابر ہے اس لیے دوسری جماعت میں طلبہ کی تعداد 45 ہے۔

اسی طرح دیگر جماعتوں میں طلبہ کی تعداد بھی معلوم کی جاسکتی ہے۔

مثال 3 : پاکستان کے صوبوں کی آبادی بذریعہ راسی بارگراف ظاہر کی گئی ہے۔
اس گراف میں ایک چھوٹے خانے کی اونچائی 10 لاکھ کی آبادی کو ظاہر کرتی ہے۔



سرحدی صوبے اور قبائلی علاقوں کے لیے پٹی کتنی اونچی ہے ؟

(i) سرحدی صوبے اور قبائلی علاقوں کے لیے پٹی کی اونچائی $11\frac{1}{2}$ چھوٹے خانے ہیں۔
پس سرحدی صوبے اور قبائلی علاقوں کی آبادی

$$= 10 \times 11\frac{1}{2}$$

$$= 10 \times \frac{23}{2}$$

= 115 لاکھ یا 1 کروڑ 15 لاکھ

(ii) پنجاب کی آبادی کے لیے پٹّی کی اُونچائی کتنی ہے ؟

پنجاب کی آبادی کے لیے پٹّی کی اُونچائی $47\frac{1}{2}$ چھوٹے خانے ہیں۔

پس پنجاب کی آبادی

$= 10 \times 47\frac{1}{2}$

$= 10 \times \frac{95}{2}$

= 475 لاکھ یا 4 کروڑ 75 لاکھ

(iii) سندھ کی آبادی کے لیے پٹی کی اُونچائی کتنی ہے ؟

سندھ کی آبادی کے لیے پٹی کی اُونچائی 19 چھوٹے خانے ہیں۔

پس سندھ کی آبادی

$= 10 \times 19$

= 190 لاکھ یا ایک کروڑ 90 لاکھ

(iv) بلوچستان کی آبادی کے لیے پٹی کی اُونچائی کتنی ہے ؟

بلوچستان کی آبادی کے لیے پٹی کی اونچائی $4\frac{1}{2}$ چھوٹے خانے ہیں۔

پس بلوچستان کی آبادی

$= 10 \times 4\frac{1}{2}$

$= 10 \times \frac{9}{2}$

= 45 لاکھ

بارگراف پر ایک نظر ڈالنے سے صوبوں کی آبادی میں فرق معلوم ہو جاتا ہے۔

مثلاً

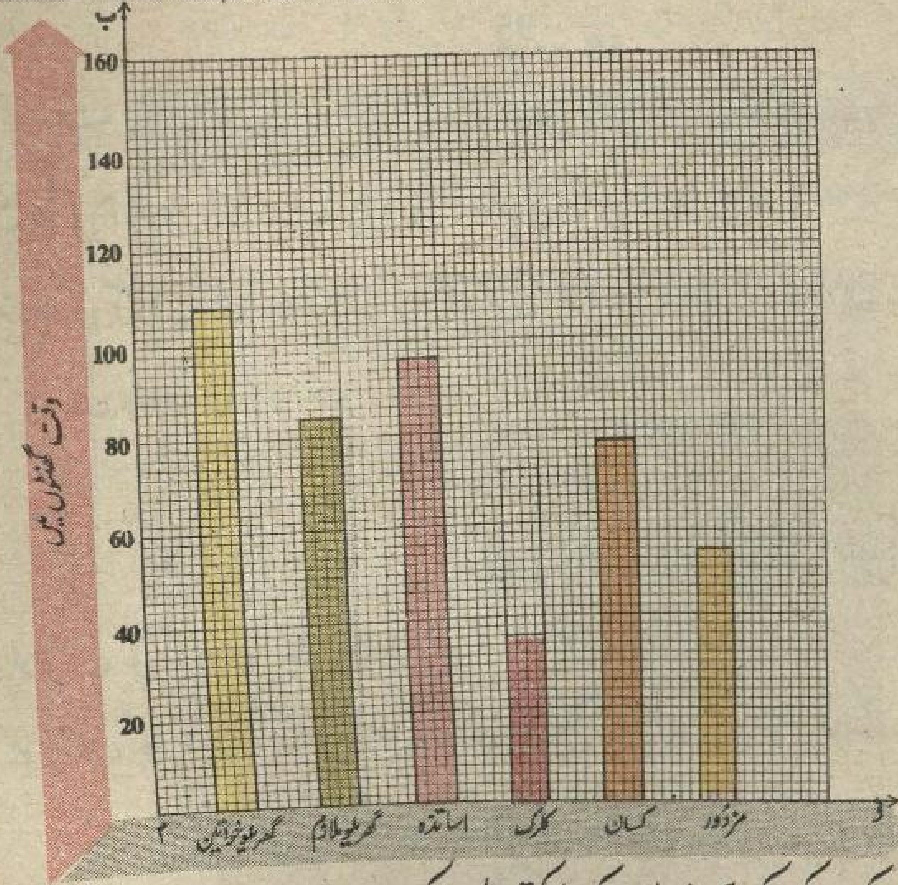
کِس صُوبے کی آبادی سب سے زیادہ ہے ؟ پنجاب کی

کِس صُوبے کی آبادی سب سے کم ہے ؟ بلوچستان کی

مثال 4 : مختلف پیشوں سے تعلّق رکھنے والے لوگ ہفتے میں جتنے گھنٹے کام کرتے ہیں، ان کے اعداد و شمار کو ذیل میں راسی بارگراف کے ذریعے دِکھایا گیا ہے۔

ہفتہ وار اوقات کار کا راسی بار گراف

سکیل : ایک بڑے خانے کی اونچائی 20 گھنٹے کام کو ظاہر کرتی ہے۔



اِس گراف کو دیکھ کر ہم معلوم کر سکتے ہیں کہ

(i) کس پیشہ کے لوگ ہفتے کے دنوں میں سب سے زیادہ کام کرتے ہیں؟ گھریلو خواتین

(ii) کیا کسان مزدُوروں سے زیادہ کام کرتے ہیں ؟ ہاں

(iii) کلرک ہفتے میں کُل کتنے گھنٹے کام کرتے ہیں ؟ 36 گھنٹے

(iv) کیا اساتذہ کلرکوں سے کم وقت کام کرتے ہیں ؟ نہیں

(v) کون سے پیشے والے لوگ فیکٹری کے مزدُوروں سے زیادہ کام کرتے ہیں ؟

(گھریلو خواتین ، گھریلو ملازم، کسان اور اساتذہ

مشق 8.1

1- نیچے پانچ بہن بھائیوں کے وزن کا راسی بار گراف بنایا گیا ہے۔ اس کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

(i) سب سے زیادہ وزن کس کا ہے اور سب سے کم وزن کس کا ؟

(ii) طاہر کا وزن کتنے کلوگرام ہے ؟

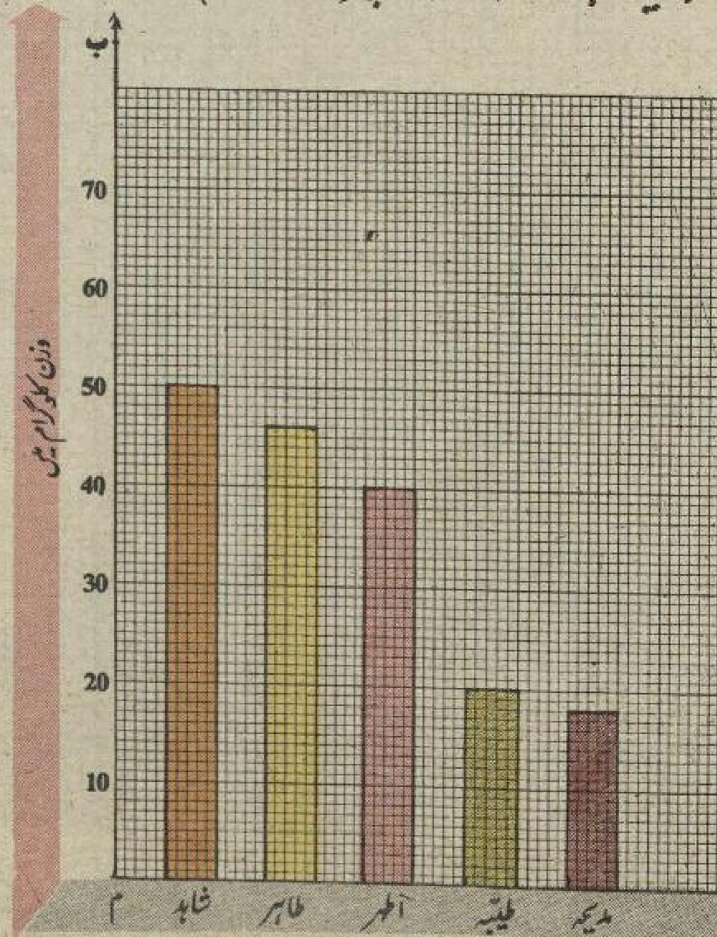
(iii) مدیحہ کا وزن کتنے کلوگرام ہے ؟

(iv) اطہر اور شاہد میں سے کس کا وزن کم ہے ؟

بہن بھائیوں کے وزن کو ظاہر کرنے والا راسی بار گراف

سکیل : ایک بڑے خانے کی اونچائی 10 کلوگرام وزن کو ظاہر کرتی ہے۔

(ایک بڑا خانہ = 10 چھوٹے خانے)



2۔ ایک سکول کی پانچویں جماعت کے مختلف کھیلوں میں حصّہ لینے والے لڑکوں کا راسی بارگراف نیچے دکھایا گیا ہے۔ اِس کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

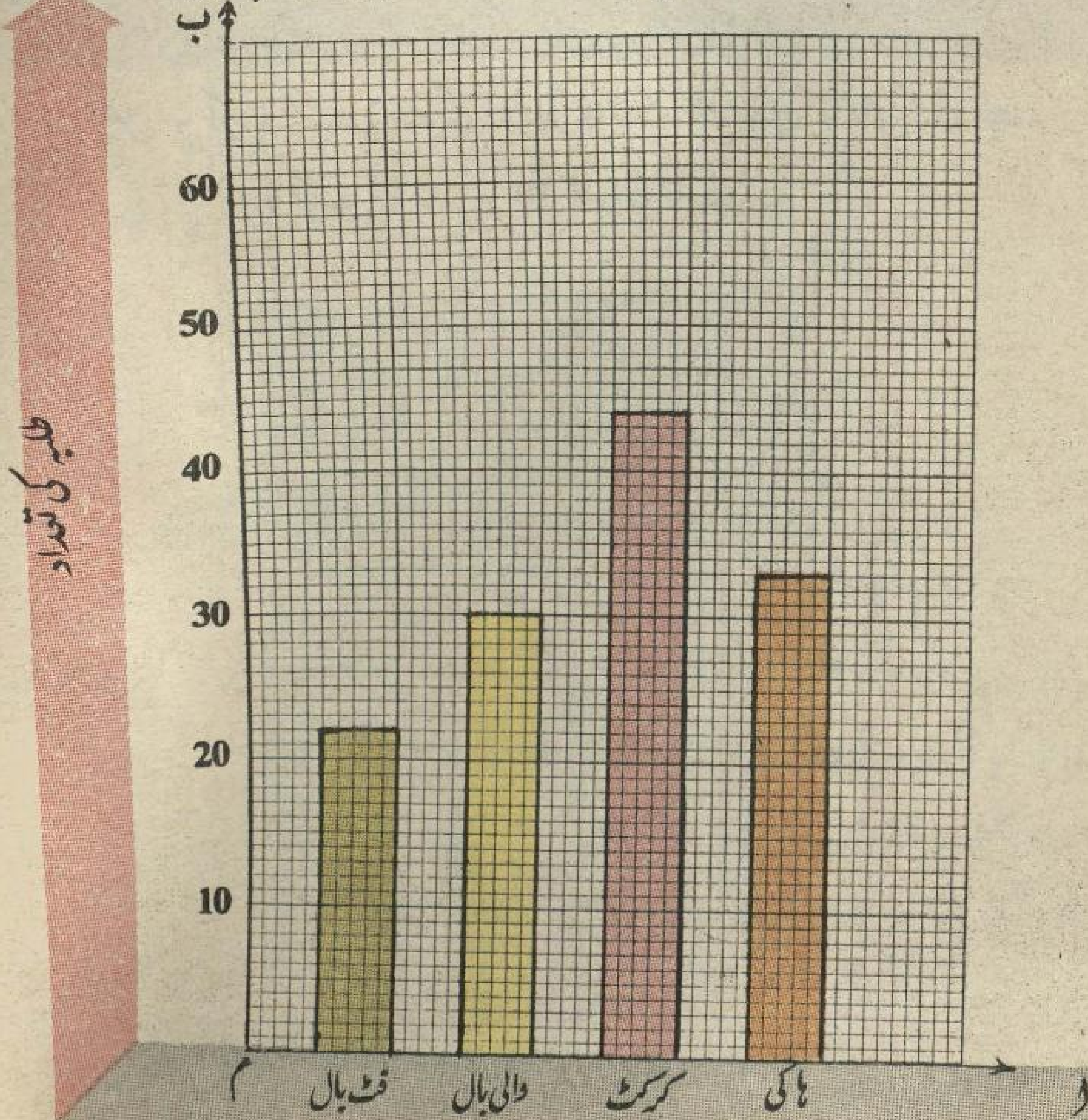
(i) فٹ بال کھیلنے والے لڑکوں کی تعداد کیا ہے ؟

(ii) ہاکی کھیلنے والے لڑکوں کی تعداد بتائیے۔

(iii) پانچویں جماعت میں کھلاڑیوں کی کُل تعداد بتائیے۔

مختلف کھیلیں کھیلنے والے لڑکوں کی تعداد کا راسی بارگراف

سکیل: ایک بڑے خانے کی اونچائی 10 لڑکوں کو ظاہر کرتی ہے (ایک بڑا خانہ = 10 چھوٹے خانے)



3 - ایک محلے کی پانچ گلیوں میں مکانوں کی تعداد کو راسی بارگراف کے ذریعے دِکھایا گیا ہے۔
اس کو دیکھ کر بتائیے کہ

(i) کِس گلی میں مکانوں کی تعداد سب سے زیادہ ہے ؟

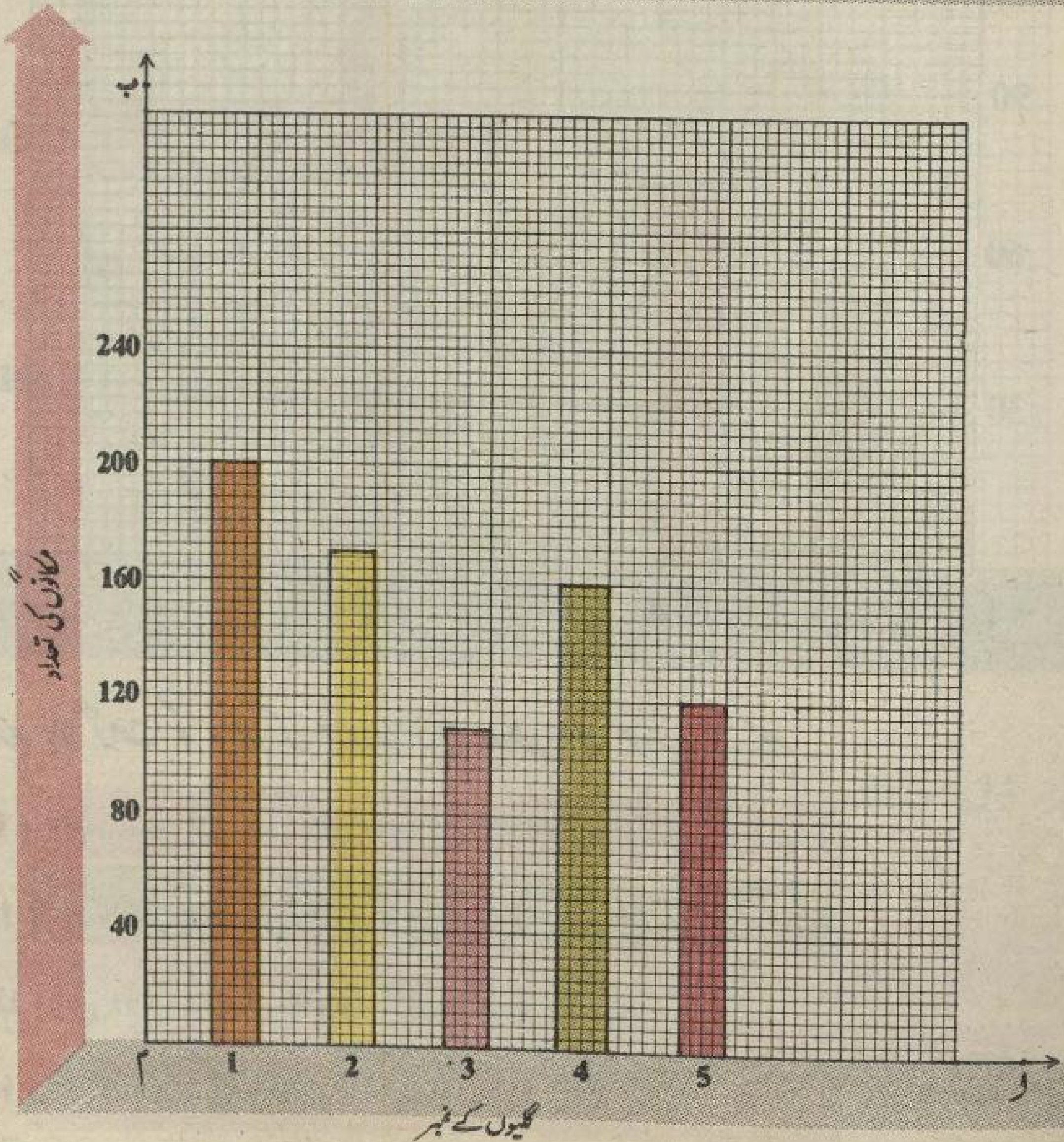
(ii) کِس گلی میں مکانوں کی تعداد سب سے کم ہے ؟

(iii) گلی نمبر 4 میں مکانوں کی تعداد کتنی ہے ؟

(iv) گلی نمبر 1 میں کُل کتنے مکان ہیں ؟

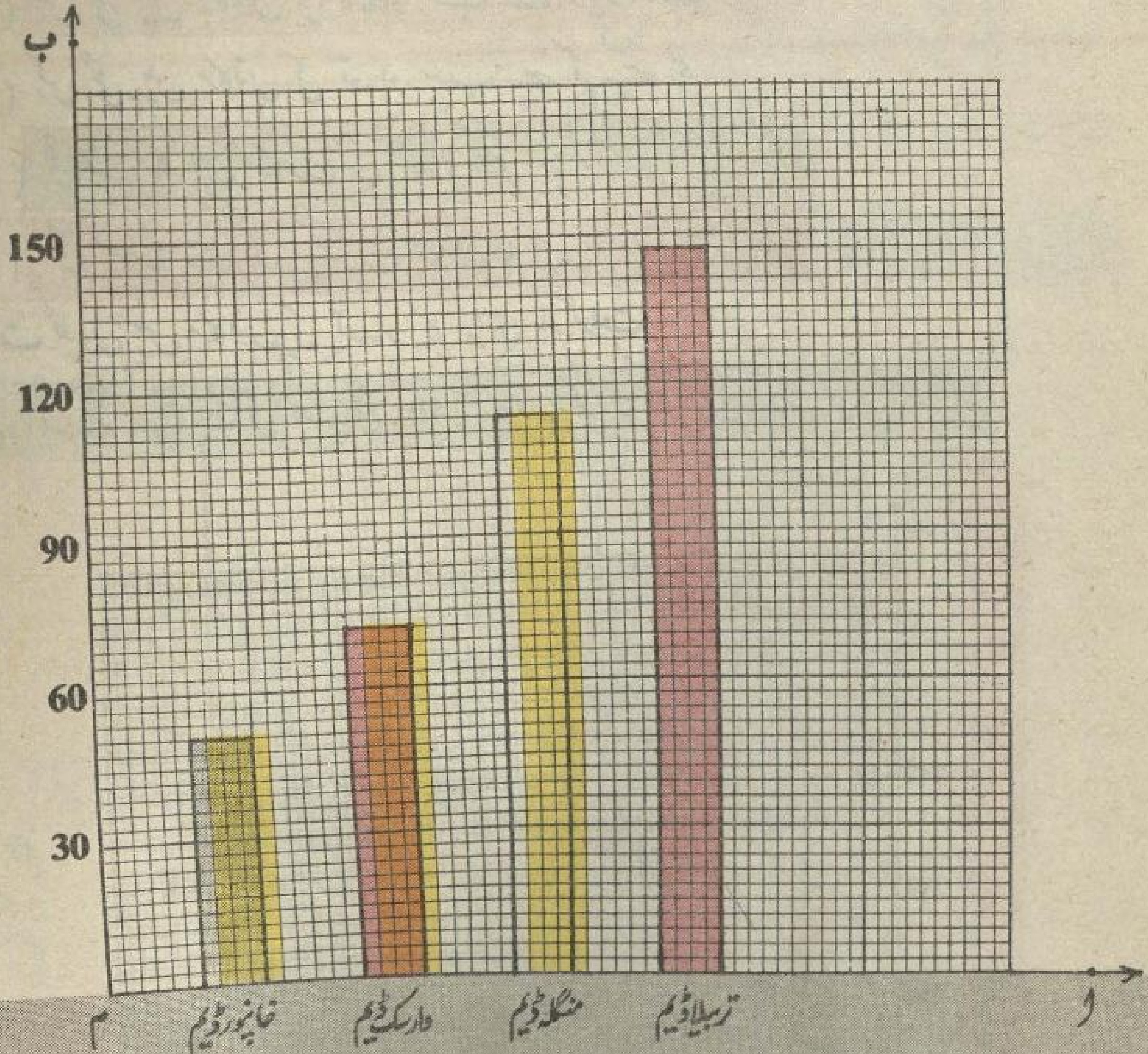
مختلف گلیوں میں مکانوں کی تعداد کا راسی بارگراف

سکیل: ایک بڑے خانے کی اونچائی 40 مکانوں کو ظاہر کرتی ہے۔



4 پاکستان کے چند بڑے بندوں (ڈیم) کی بلندی کا راسی بارگراف۔

سکیل : ایک چھوٹے خانے کی اُونچائی 3 میٹر کو ظاہر کرتی ہے۔



مندرجہ بالا گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کا جواب دیجیے۔

(i) سب سے بڑا بند کون سا ہے ؟ اس کی بلندی کتنی ہے؟

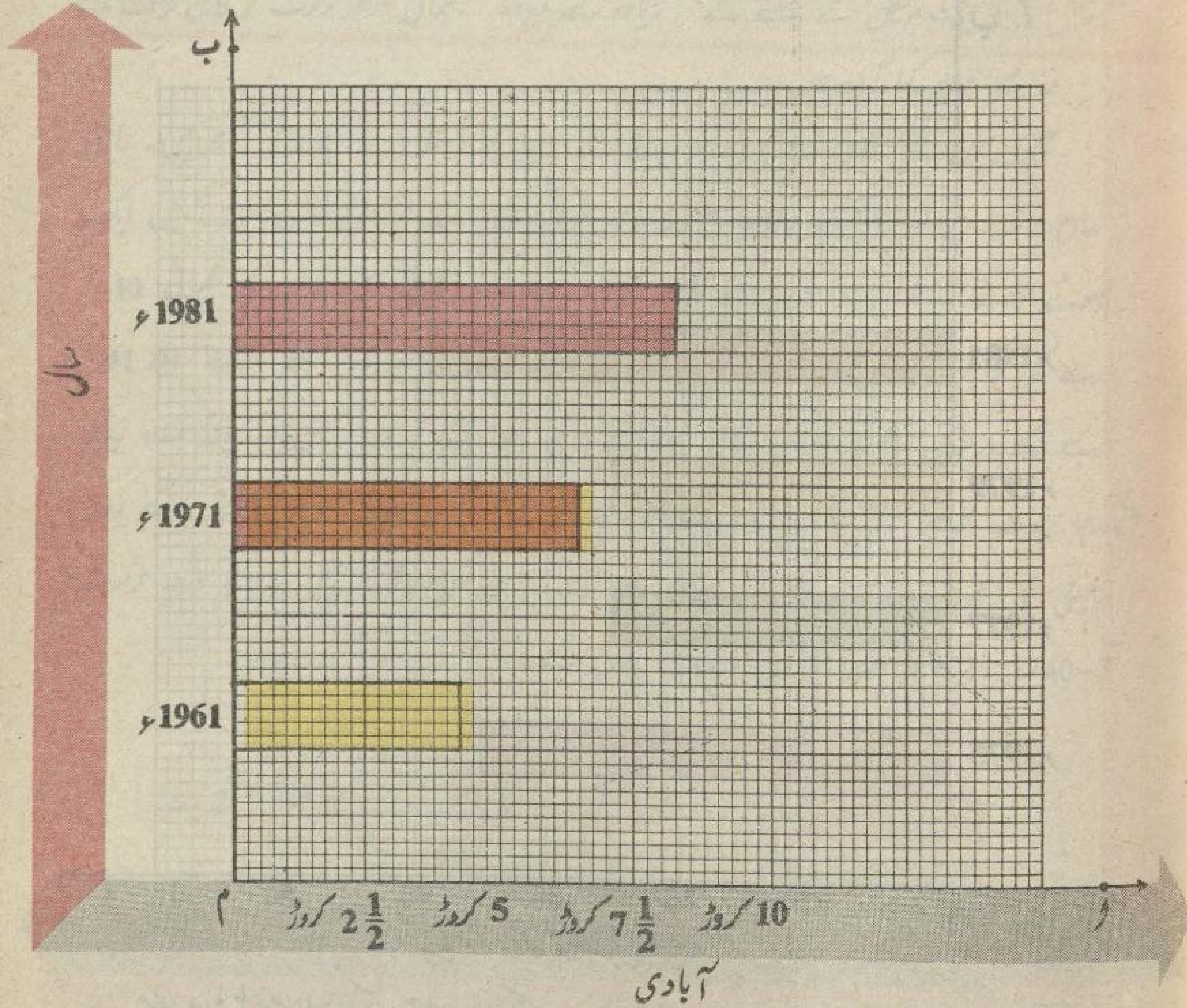
(ii) سب سے چھوٹا بند کون سا ہے ؟ اس کی بلندی کتنی ہے؟

(iii) باقی دو بندوں کی بلندی علیحدہ علیحدہ بتائیے۔

(iv) وارسک بند کی بلندی بتائیے۔

5 - پاکستان کی آبادی کا اُفقی بار گراف

سکیل : ایک چھوٹے خانے کی لمبائی 25 لاکھ کی آبادی کو ظاہر کرتی ہے



مندرجہ ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

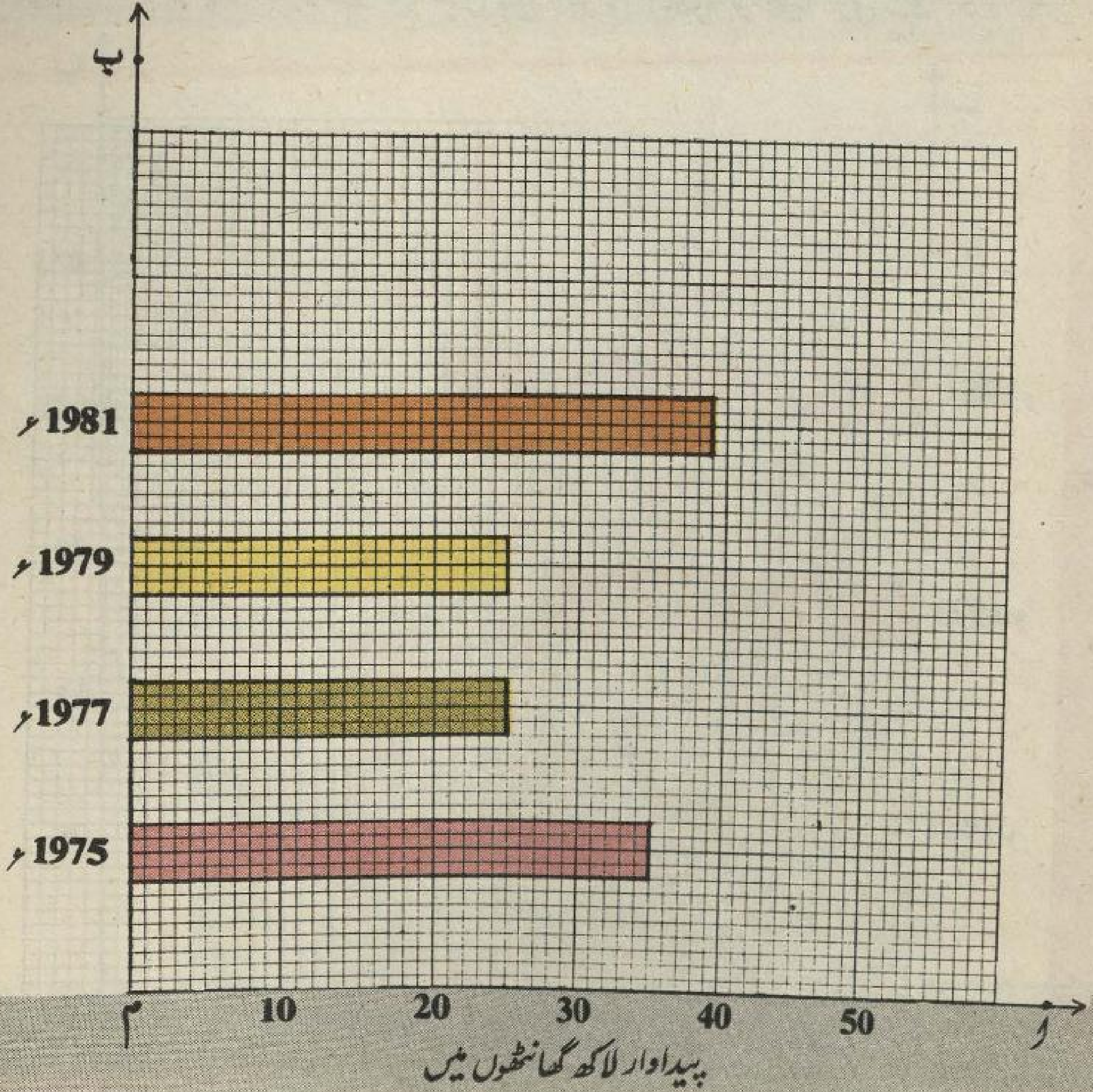
(i) پاکستان کی آبادی 1961ء میں کتنی تھی ؟

(ii) آبادی 1971ء میں کتنی تھی ؟

(iii) 1981ء کی مردم شماری کے مطابق آبادی کتنی تھی ؟

6۔ پاکستان میں رُوئی کی پیداوار کا افقی بار گراف۔

سکیل : ایک چھوٹے خانے کی لمبائی ایک لاکھ گانٹھ کو ظاہر کرتی ہے۔



مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

(i) 1975ء میں کتنی روئی پیدا ہُوئی ؟

(ii) 1977ء اور 1979ء میں کتنی کتنی روئی پیدا ہُوئی ؟

(iii) 1981ء میں کتنی روئی پیدا ہُوئی ؟

نوٹ : ایک گانٹھ کا وزن تقریباً 180 کلوگرام کے برابر ہوتا ہے۔

8.4 لائن گراف

مثال 1 : ایک مریض کے ہفتے کے زیادہ سے زیادہ جسمانی درجہ حرارت کو لائن گراف کے ذریعے ظاہر کیا گیا ہے۔

گراف میں افقی قطعۂ خط م ا پر ہفتے کے دِن یکساں فاصلے پر دِکھائے گئے ہیں۔ راسی شعاع م ب پر درجوں کے نشان ہیں۔ دی ہُوئی سکیل کے مطابق راسی سمت میں ایک چھوٹے خانے کی لمبائی 1 درجے کو ظاہر کرتی ہے۔ اس طرح دس خانوں کی لمبائی 10 درجے کو ظاہر کرتی ہے۔ گراف کو دیکھیے۔" ہفتہ " کے عین اُوپر 40 درجے اور 41 درجے کے درمیان ایک بندی لگائی گئی ہے۔ یہ ہفتہ کے روز مریض کا زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت ظاہر کرتی ہے۔ یہ بندی 40.7° کو ظاہر کرتی ہے پس ہفتے کے روز مریض کا زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت 40.7° ہے۔ اِسی طرح اتوار کے روز کا درجہ حرارت 40.3° اور باقی پانچ دِنوں کا درجہ حرارت یُوں ہے۔

پیر $= 40^\circ$

منگل $= 40.5^\circ$

بُدھ $= 39.2^\circ$

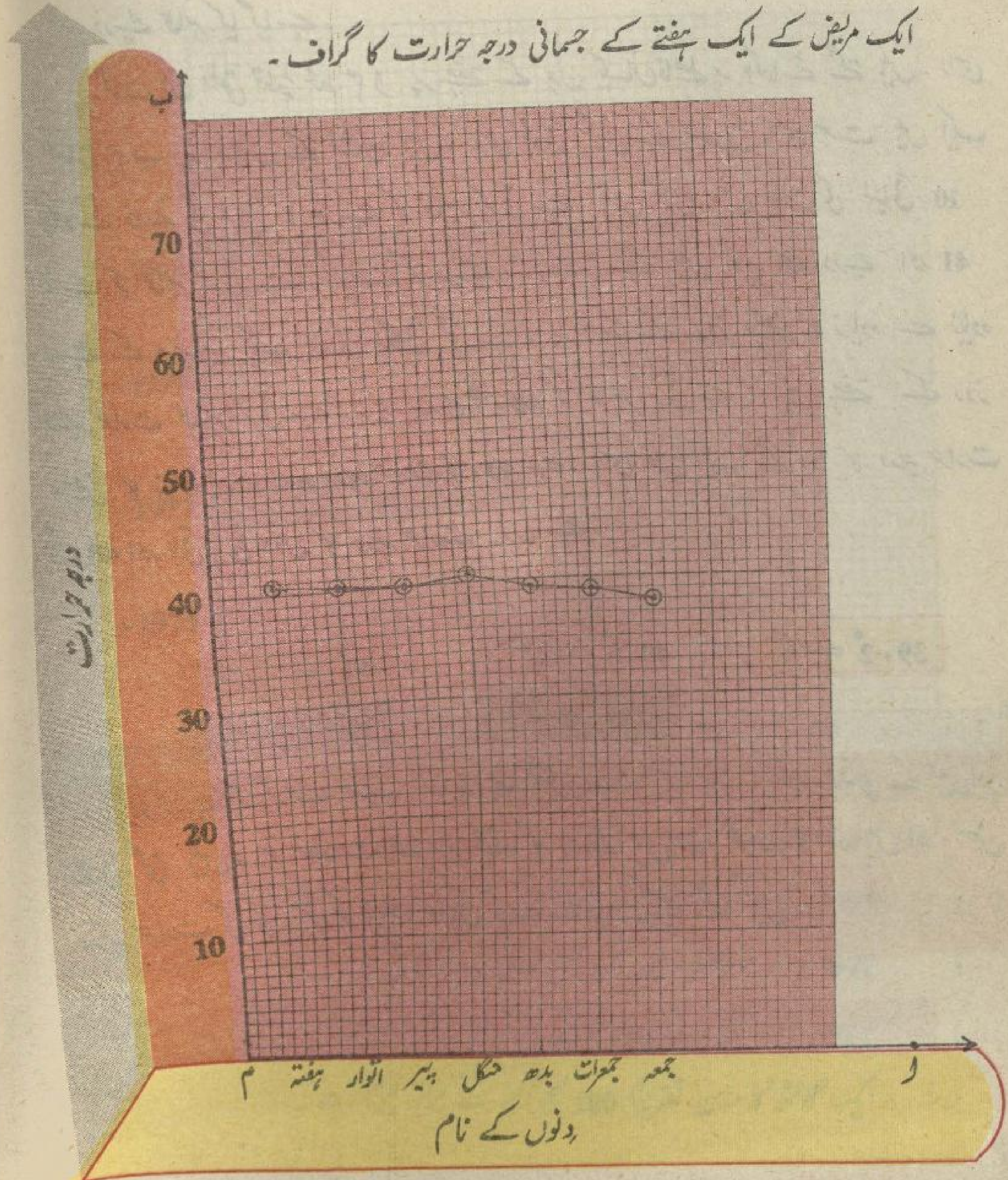
جمعرات $= 39^\circ$

جمعہ $= 38^\circ$

یاد رہے کہ گراف صرف نقاط پر مشتمل ہے۔ جو ہفتہ ، اتوار وغیرہ کے عین اوپر لگائی گئی ہیں۔ جو قطعاتِ خط ان نقاط کو ملاتے ہیں وہ گراف کا حصّہ ہیں اور محض درجہ حرارت کی کمی وبیشی کو زیادہ نمایاں کرنے کے لیے کھینچے گئے ہیں۔

ایک مریض کے ایک ہفتے کے جسمانی درجہ حرارت کا گراف

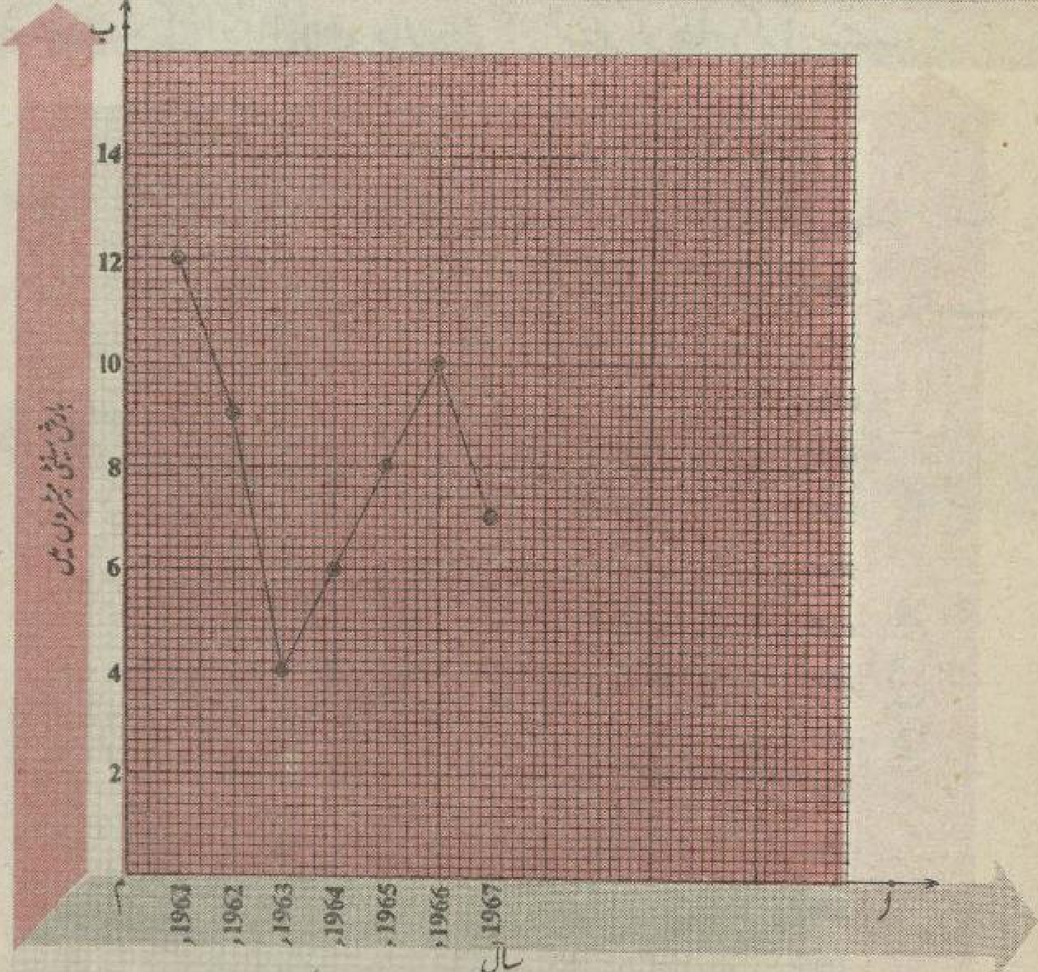
سکیل : ایک چھوٹے خانے کی اُونچائی 1 درجے کو ظاہر کرتی ہے۔



مثال 2 : ایک شہر کی سالانہ بارش کو ایک خطی گراف کے ذریعے دکھایا گیا ہے۔

شہر کی سالانہ بارش کا خطی گراف

سکیل: ایک بڑے خانے کی اُونچائی دو سینٹی میٹر بارش کو ظاہر کرتی ہے۔



اس خطی گراف کو دیکھ کر ہم کئی باتیں بآسانی سمجھ سکتے ہیں۔ مثلاً

(i) 1961ء سے 1967ء کے عرصے میں سب سے زیادہ بارش 12 سینٹی میٹر 1961ء میں ہوئی جبکہ سب سے کم بارش 4 سینٹی میٹر 1963ء میں ہوئی۔

(ii) 1961ء سے 1963ء کے درمیانی عرصے میں سالانہ بارش کم ہوتی گئی۔

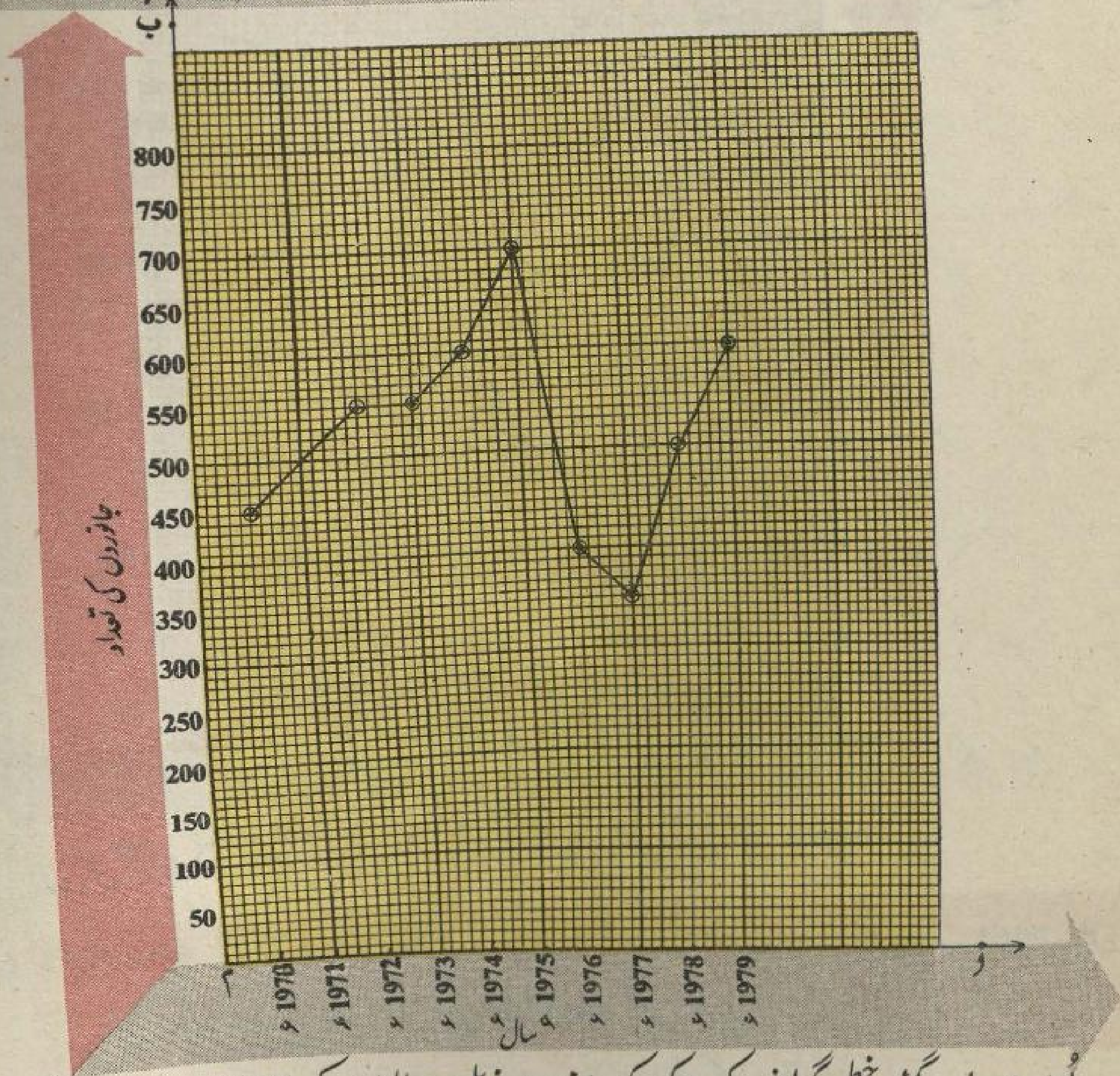
(iii) 1963ء سے 1966ء کے درمیانی عرصے میں سالانہ بارش 1962ء کے مقابلے میں زیادہ ہوئی۔

(iv) 1966ء میں سالانہ بارش کتنی ہوئی۔ (10 سینٹی میٹر)

مثال 3 : ایک شہر میں دس مختلف سالوں میں عیدالاضحیٰ کے موقع پر قربان کیے گئے جانوروں کو خطی گراف کے ذریعے دِکھایا گیا ہے۔

مختلف سالوں میں ایک شہر میں قربان کیے گئے جانوروں کا خطی گراف۔

سکیل: ایک بڑے خانے کی اونچائی 100 جانوروں کی تعداد کو ظاہر کرتی ہے۔



اُوپر دیے گئے خطی گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جوابات دیے جا سکتے ہیں۔

(i) سب سے زیادہ جانور کس سال میں قُربان کیے گئے ؟ (1975ء)

(ii) سب سے کم جانور کس سال میں قُربان کیے گئے ؟ (1977ء)

(iii) کن سالوں میں برابر تعداد میں جانور قربان کیے گئے ؟ (1972ء اور 1973ء)

(iv) 1976ء میں کتنے جانور قربان کیے گئے؟ 400 جانور

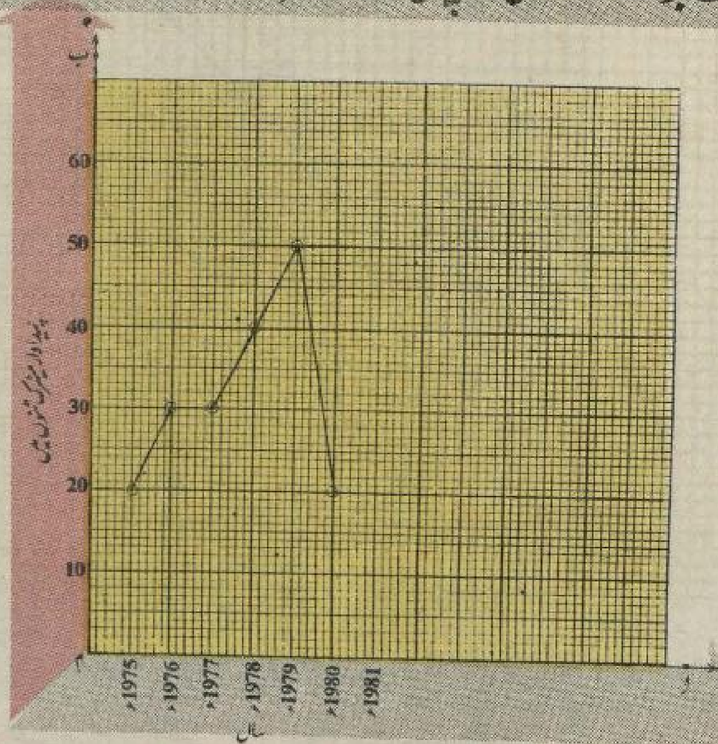
(v) 1977ء سے 1979ء تک کے عرصے میں قربان کیے جانے والے جانوروں کی تعداد کم ہوئی یا زیادہ؟ (زیادہ)

مشق 8.2

1۔ ایک زمیندار کی زمینوں کی سالانہ پیداوار مندرجہ ذیل خطی گراف کے ذریعے دکھائی گئی ہے۔اس گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

زمین کی سالانہ پیداوار کا خطی گراف

سکیل : ایک بڑے خانے کی اونچائی 10 میٹرک ٹن پیداوار کو ظاہر کرتی ہے۔



(i) کن سالوں میں زمین کی پیداوار برابر رہی ؟

(ii) کس سال زمین کی پیداوار سب سے کم رہی ؟

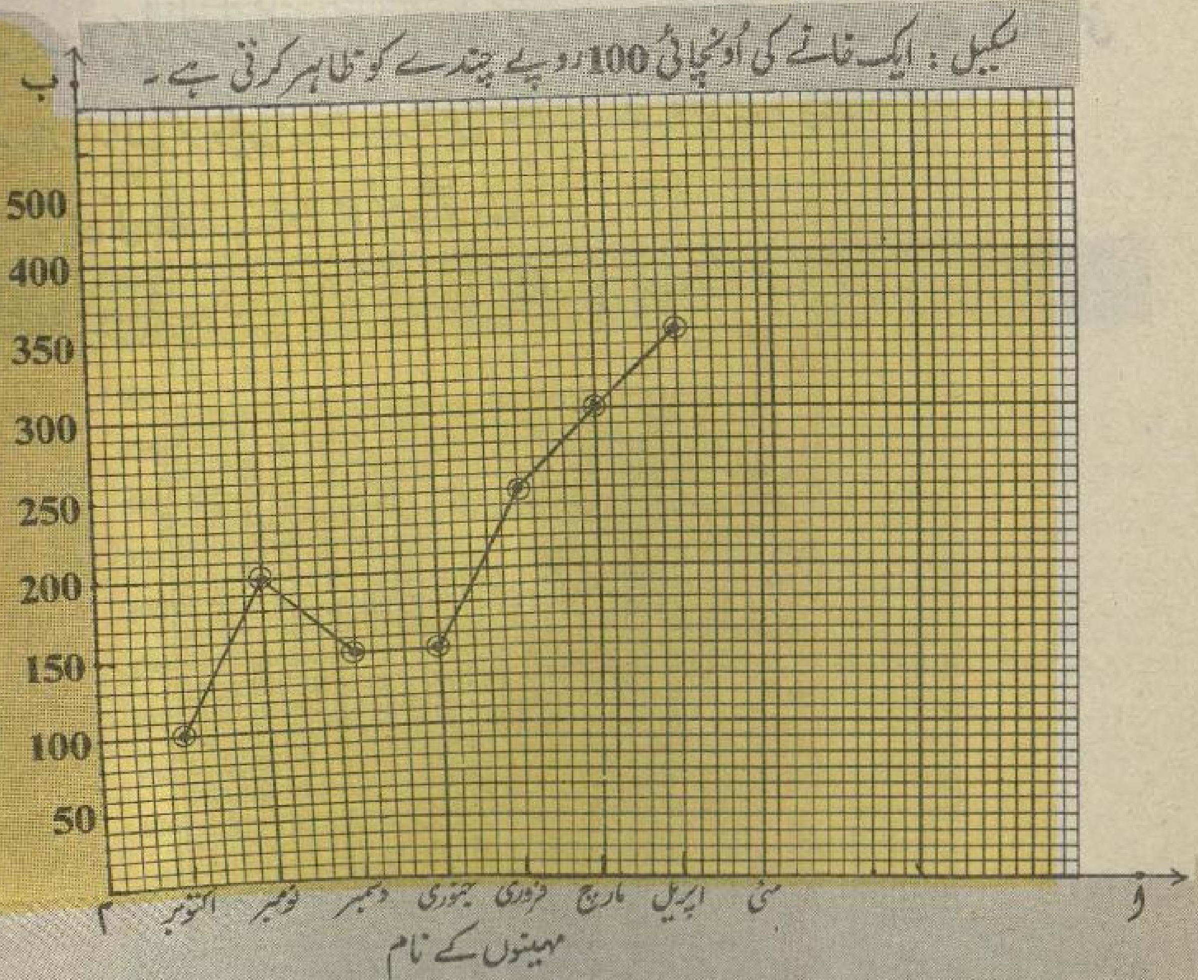
(iii) کس سال زمین کی پیداوار 40 میٹرک ٹن رہی ؟

(iv) کس سال زمین کی پیداوار سب سے زیادہ رہی اور کتنی ؟

(v) 1976ء کے مقابلے میں 1979ء کی پیداوار کتنی رہی ؟

(vi) 1977ء اور 1978ء میں کل کتنی پیداوار ہُوئی ؟

2- ایک سکول کے بچّوں نے سیلاب زدگان کی امداد کے لیے مختلف مہینوں میں جو چندہ جمع کیا اس کو ذیل میں خطی گراف کے ذریعے دِکھایا گیا ہے۔ اس گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جوابات دیجیے۔



(i) سب سے زیادہ چندہ کس مہینے میں جمع ہُوا اور کتنا ؟

(ii) سب سے کم چندہ کس مہینے میں جمع ہُوا اور کتنا ؟

(iii) فروری کے مہینے میں کتنا چندہ جمع ہُوا ؟

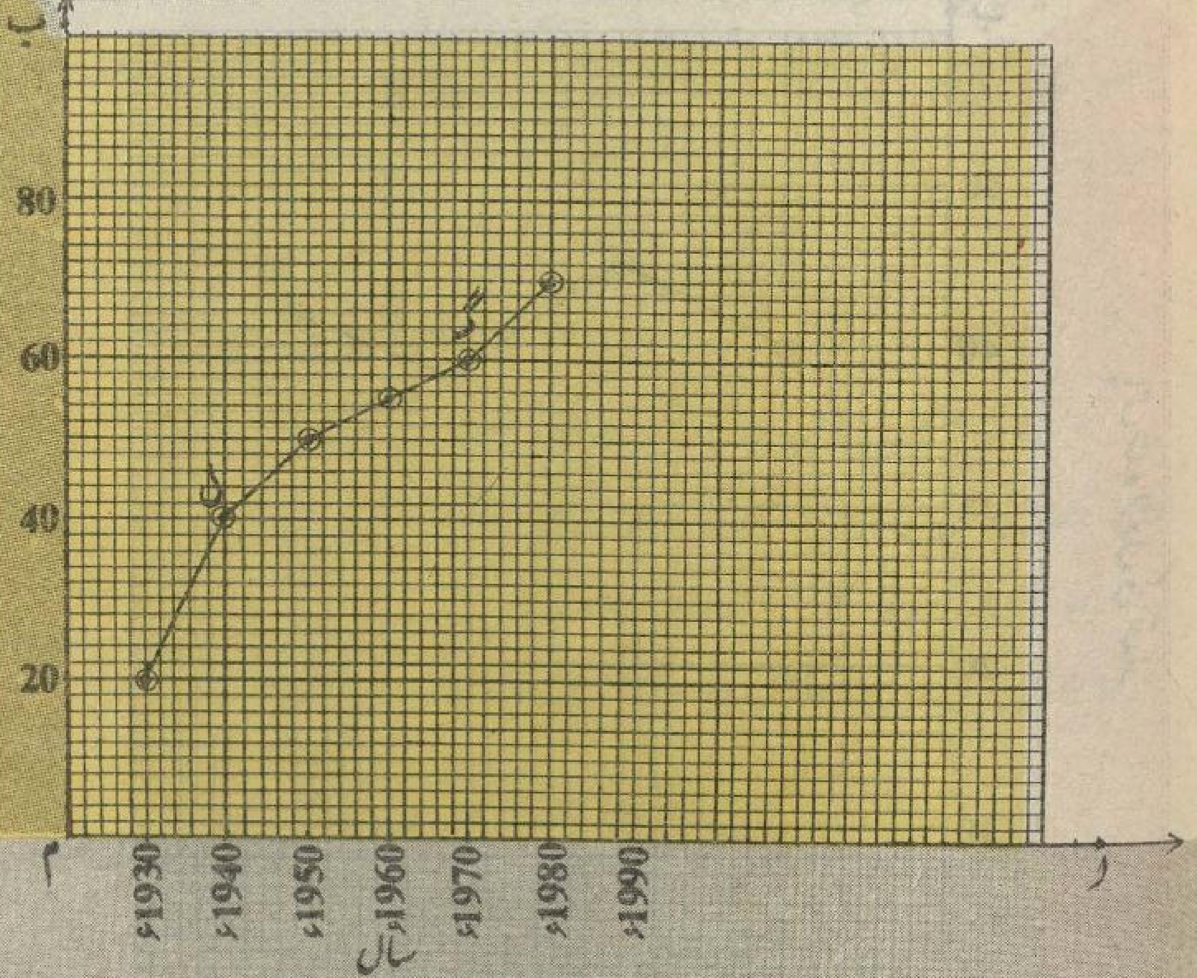
(iv) 300 روپے چندہ کس مہینے میں جمع ہُوا ؟

(v) جنوری سے اپریل کے عرصہ میں ماہانہ چندہ میں مسلسل اضافہ ہوا یا کمی ؟

3 - ایک شہر میں خواندگی کی شرح یعنی 100 آدمیوں میں سے پڑھے لکھے لوگوں کی تعداد 1930ء سے 1980ء تک کے عرصے میں مندرجہ ذیل خطی گراف کے ذریعے دِکھائی گئی ہے۔ گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

خواندگی کی شرح کا خطی گراف

سکیل: ایک بڑے خانے کی اونچائی 20 پڑھے لکھے لوگوں کو ظاہر کرتی ہے۔



(i) 1930ء میں خواندگی کی شرح کتنی تھی؟

(ii) 1950ء میں خواندگی کی شرح کتنی تھی؟

(iii) سب سے زیادہ خواندگی کی شرح کس سال میں ہوئی؟

(iv) کیا خواندگی کی شرح مسلسل بڑھتی گئی ہے؟

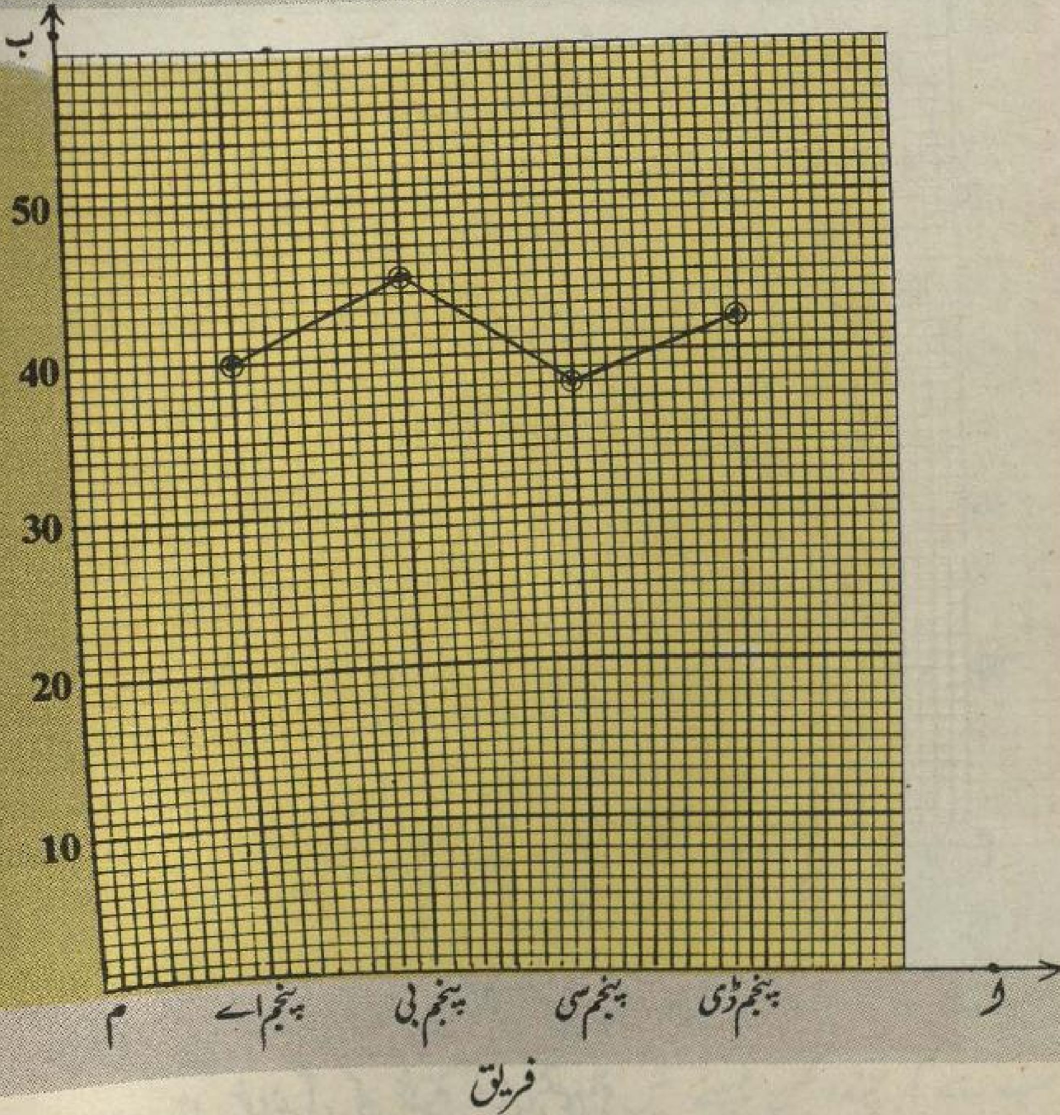
(v) نقاط گ اور ل کے نیچے کون کون سے سال ہیں؟

4 ۔ پانچویں جماعت کے 4 فریقوں کا نتیجہ ۔

جبکہ ہر فریق میں 50 لڑکے تھے۔ ان فریقوں کے سالانہ امتحان کا نتیجہ ذیل کے گراف میں دیا گیا ہے ۔اِس گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔

پانچویں جماعت کے فریقوں کے نتیجے کا خطی گراف ۔

سکیل : 1 چھوٹے خانے کی اونچائی 1 پاس شدہ لڑکے کو ظاہر کرتی ہے ۔

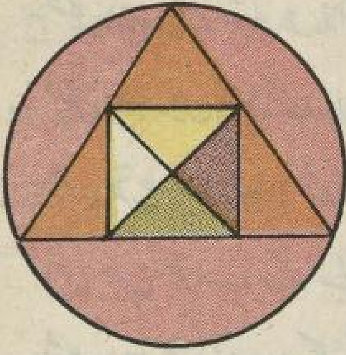


(i) کون سے فریق میں سب سے زیادہ اور کتنے لڑکے پاس ہوئے ؟

(ii) کون سے فریق میں سب سے کم اور کتنے لڑکے پاس ہوئے ؟

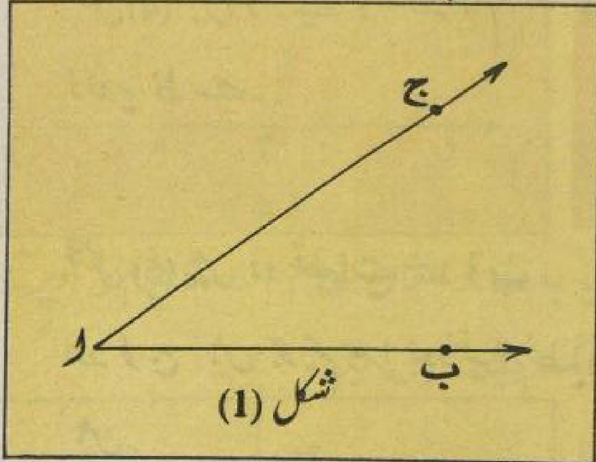
(iii) باقی دو فریقوں میں کتنے کتنے لڑکے پاس ہوئے ؟

باب 9



جیومیٹری

ہم جیومیٹری کے چند ابتدائی تصوّرات مثلاً نقطہ ، قطعۂ خط ، شعاع اور خط سے پہلے ہی واقف ہیں۔ اب ہم انھی تصوّرات کی بنیاد پر جیومیٹری کے دیگر اہم تصوّرات مثلاً زاویے کا تصور ، قائمہ زاویہ ، قائمۃ الزاویہ مثلث وغیرہ کا مطالعہ کرتے ہیں۔



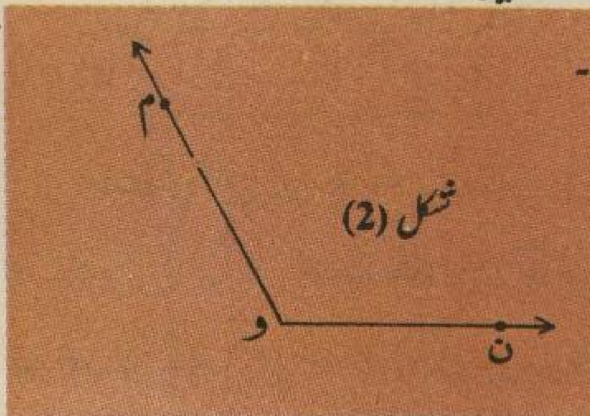
شکل (1)

9.1 زاویے کا تصوّر :

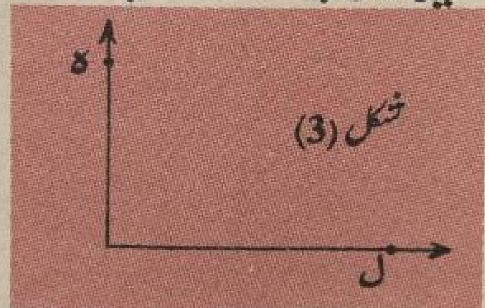
سامنے کی شکل (1) میں دو شعاعیں اب اور اج دکھائیں گئی ہیں۔ ان کا ایک سرا مشترک ہے اور مشترک سرے کا نام ا ہے۔ مزید یہ غیر ہم خط شعاعیں ہیں۔ یہ شعاعیں ایک زاویہ بناتی ہیں۔ دُوسرے الفاظ میں ”زاویہ دو ہم سرا غیر ہم خط شعاعوں پر مشتمل ہوتا ہے۔

زاویہ بنانے والی شعاعوں کا مشترک سرا زاویے کا راس کہلاتا ہے۔ جو شعاعیں زاویہ بناتی ہیں۔ ان میں سے ہر ایک کو زاویے کا بازُو کہتے ہیں۔

ذیل میں چند اور زاویے دکھائے گئے ہیں۔

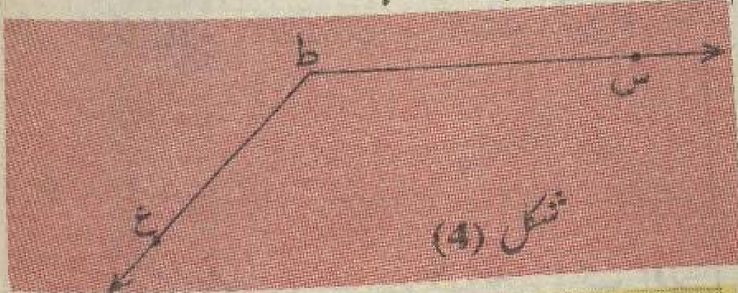


شکل (2)



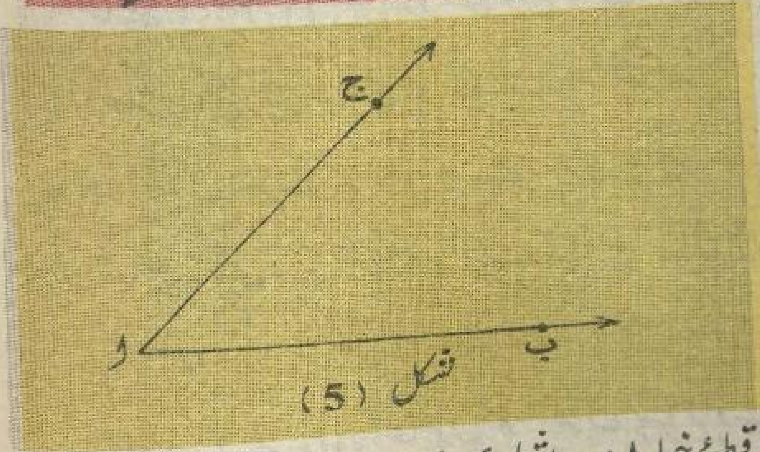
شکل (3)

شکل (2) میں نقطہ و زاویے کا راس اور شعاع و ن اور شعاع و م اس زاویے کے دو بازو ہیں۔
شکل (3) میں نقطہ ک زاویے کا راس اور شعاع ک ل اور شعاع ک ہ زاویے کے دو بازو ہیں۔
جس طرح قطعہ خط، شعاع اور خط کو اُن کے ناموں سے پکارا جاتا ہے۔
اسی طرح حوالے کے لیے زاویے کو بھی اس کے نام سے پکارا جاتا ہے۔
شکل (2) میں زاویے کو زاویہ ن و م یا زاویہ م و ن کہہ سکتے ہیں۔
شکل (3) میں زاویے کو زاویہ ل ک ہ یا زاویہ ہ ک ل کہہ سکتے ہیں۔
زاویے کو محض اس کے راس کے نام سے بھی پکارا جا سکتا ہے۔



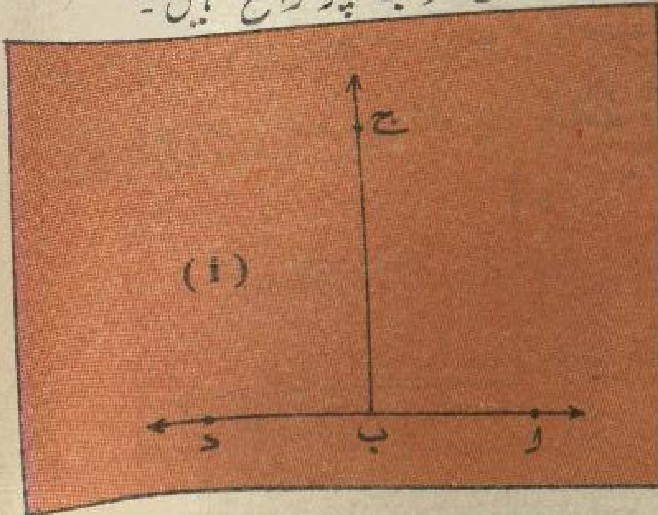
شکل (4)

شکل (4) میں زاویے کا مختصر نام زاویہ ط ہے۔



شکل (5)

شکل (5) میں دو قطعاتِ خط ا ب اور ا ج ہیں جو ہم سرا اور غیر ہم خط ہیں۔
یہ قطعاتِ خط ایک زاویے کا تعین کرتے ہیں۔
کیونکہ قطعۂ خط ا ج شعاع ا ج اور قطعۂ خط ا ب شعاع ا ب پر واقع ہیں۔



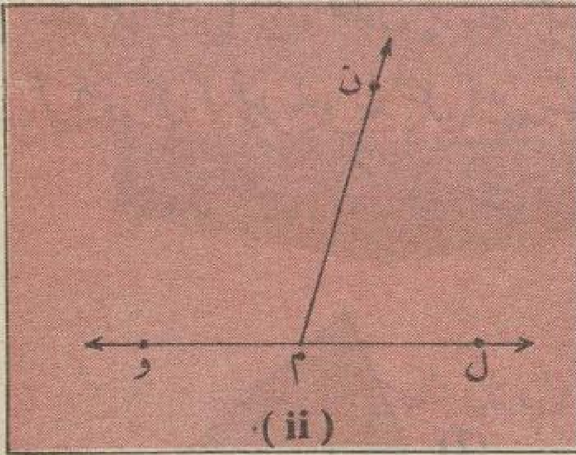
(i)

قائمہ زاویے کا تصوّر :

سامنے کی شکل میں دو زاویے، زاویہ ا ب ج اور زاویہ ج ب د دکھائے گئے ہیں نقاط ا، ب اور د ایک ہی خط پر واقع ہیں۔ یہ زاویے

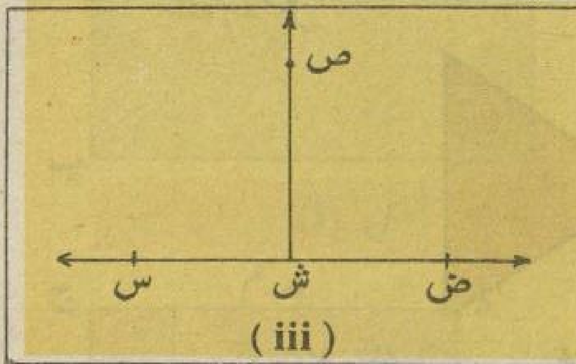
بالکل ایک جیسے ہیں۔ اس کی تصدیق اس طرح سے کی جا سکتی ہے۔ کاغذ کے ورق کو شعاع ب ج پر شکن دے کر دوہرا کر دیں۔ آپ دیکھیں گے کہ شعاع ب د اور شعاع ب ا ایک دوسری کے اُوپر تلے ہو جاتی ہیں اور دونوں زاویے ایک ہی زاویے میں تبدیل ہو جاتے ہیں۔ (اس تجربہ کے لیے شفاف کاغذ استعمال کیجیے)

زاویہ ا ب ج اور زاویہ ج ب د کی قسم کے زاویوں کو قائمہ زاویے کہتے ہیں۔ دوسرے الفاظ میں ان دو زاویوں میں سے ہر ایک زاویہ قائمہ ہے۔



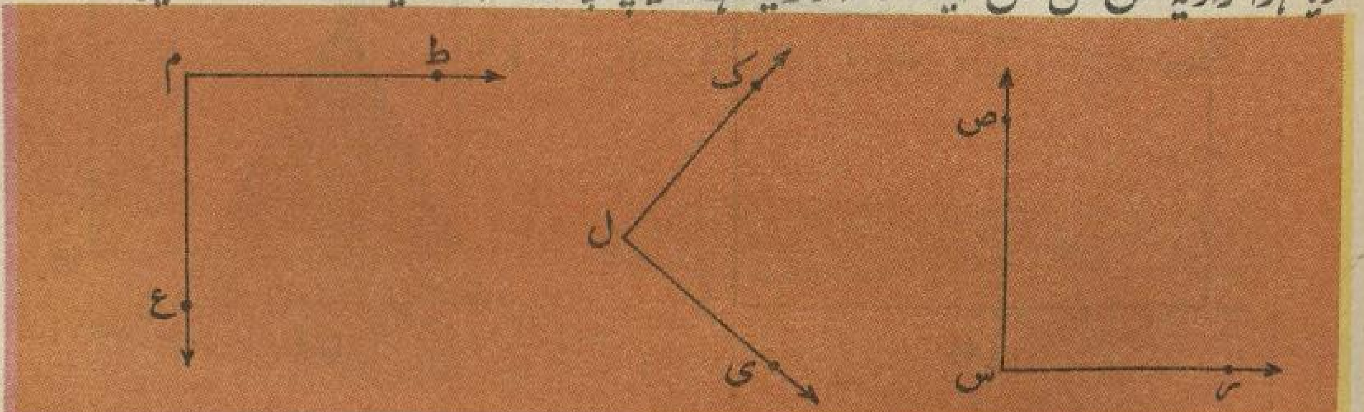
(ii)

اب شکل (ii) پر غور کیجیے۔ یہاں بھی نقاط ل، م اور و ایک ہی خط پر واقع ہیں لیکن زاویہ ل م ن اور زاویہ ن م و میں سے کوئی بھی قائمہ نہیں ہے۔ کیونکہ دونوں بالکل ایک جیسے زاویے نہیں ہیں۔ اگر کاغذ کے ورق کو شعاع م ن پر شکن دے کر دُہرا کیا جائے تو شعاع ن م اور شعاع م و اُوپر تلے نہیں ہوں گی۔ اس سے معلوم ہُوا کہ یہ دونوں زاویے ایک جیسے نہیں ہیں۔



(iii)

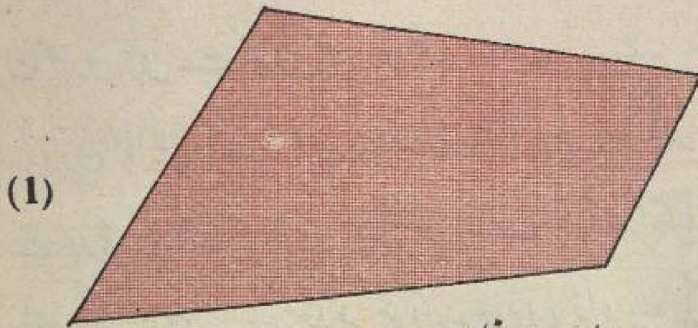
شکل (iii) میں ایک زاویہ س ش ص دِکھایا گیا ہے۔ شعاع ش س کے مخالف شعاع ش ض ہے۔ اب ہم دیکھ سکتے ہیں کہ زاویہ س ش ص اور زاویہ ص ش ض ہو بہو ایک جیسے ہیں۔ اس سے معلوم ہُوا کہ دیا ہُوا زاویہ س ش ص ایک قائمہ زاویہ ہے۔ نیچے چند قائمہ زاویے دکھائے گئے ہیں۔



9.3 سادہ اور غیر سادہ بند شکلیں :

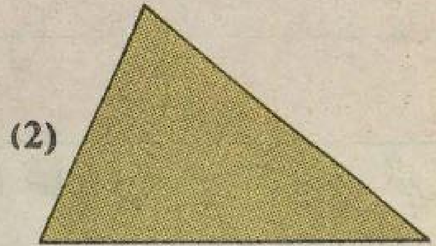
ہم جانتے ہیں کہ اگر پنسل کی نوک کو بند شکل کے کسی نقطے پر رکھیں اور اسے شکل کے اُوپر پھیرتے جائیں تو پنسل کی نوک دوبارہ وہیں پہنچ جاتی ہے جہاں سے چلی تھی۔ اگر پنسل کی نوک شکل کے ہر نقطہ پر سے ایک ہی مرتبہ گزرے تو ایسی شکل کو سادہ شکل کہتے ہیں۔ اگر پنسل کی نوک شکل کے کسی ایک یا زیادہ نقطوں پر سے ایک سے زیادہ مرتبہ گزرے یا اُسے روک کر واپس موڑنا پڑے تو ایسی شکل کو غیر سادہ بند شکل کہیں گے۔

ذیل کی شکلیں اِس کی وضاحت کرتی ہیں۔



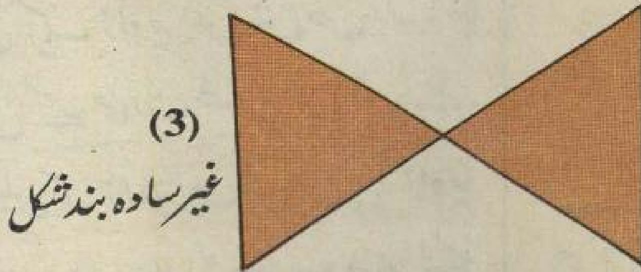
(1)

سادہ بند شکل



(2)

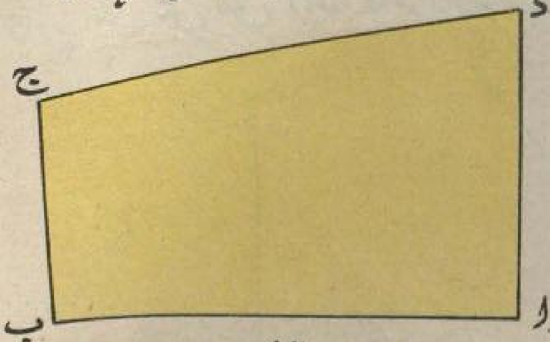
سادہ بند شکل



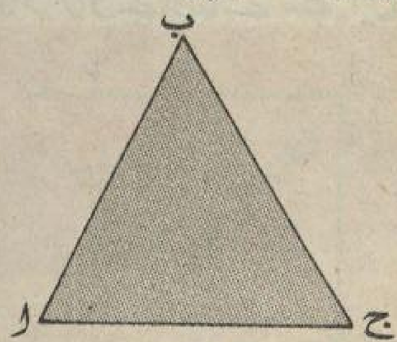
(3)

غیر سادہ بند شکل

ذیل میں سے ہر ایک شکل سادہ بند شکل ہے اور چند قطعات خط پر مشتمل ہے۔



(4)



(5)

شکل (4) تین قطعاتِ خط اب ، ب ج ، ج ا پر مشتمل ہے ۔ یہ ایک تکون یا مثلّث ہے۔ قطعات اب ، ب ج ، ج ا اس کے اِضلاع ہیں اور نقاط ا ، ب ، ج اس کے راس ہیں ۔ مثلث ایسی بند شکل کو کہتے ہیں جو تین قطعاتِ خط پر مشتمل ہو ۔

شکل (5) چار قطعاتِ خط پر مشتمل ہے ۔ یہ ایک چوکور ہے۔ قطعات اب ، ب ج ، ج د ، د ا اس کے اِضلاع ہیں اور نقاط ا ، ب ، ج اور د اس کے راس ہیں ۔

چوکور ایسی بند شکل کو کہتے ہیں جو چار قطعات خط پر مشتمل ہو ۔

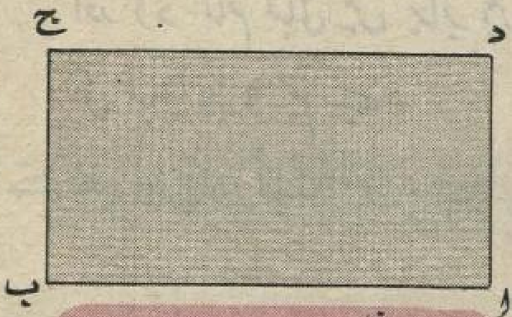
متصلہ اضلاع : کسی مثلث یا چوکور کے دو ایسے ضلعے جن کا ایک سِرا مشترک ہو متصلہ اضلاع کہلاتے ہیں ۔ شکل (4) میں اج اور اب مثلث کے دو متصلہ اضلاع ہیں۔

چوکور کی قسمیں :

چوکور کی چند ایک خاص قسمیں ہیں ۔ جن کی تفصیل ذیل میں دی جا رہی ہے ۔

(1) مستطیل :

ایسی چوکور کو کہتے ہیں جس کے آمنے سامنے کے ضلعے لمبائی میں برابر ہوں اور جس کے تمام زاویے قائمہ ہوں ۔

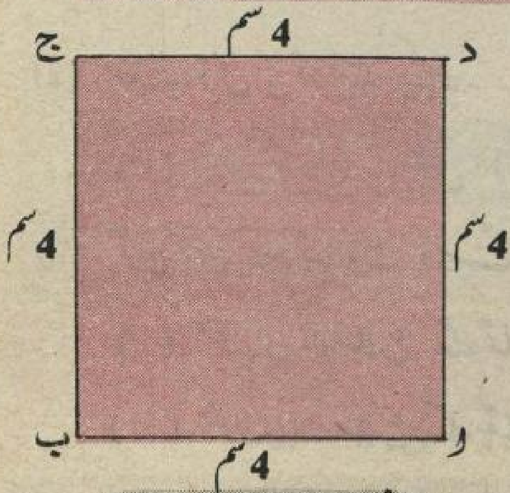


شکل (1)

شکل (1) میں دِکھائی گئی چوکور ایک مستطیل ہے ۔

(2) مُربّع :

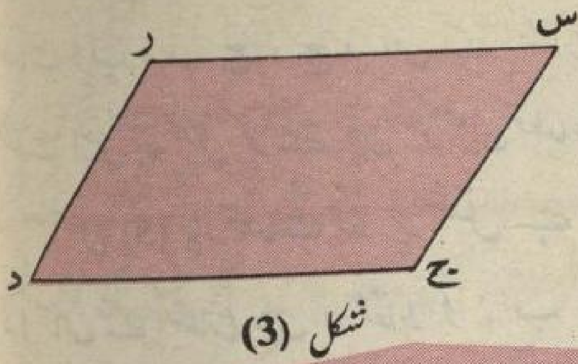
ایسی چوکور کو کہتے ہیں جس کے چاروں زاویے قائمے ہوں اور تمام اضلاع لمبائی میں برابر ہوں ۔



شکل (2)

شکل (2) ایک مُربّع ہے۔

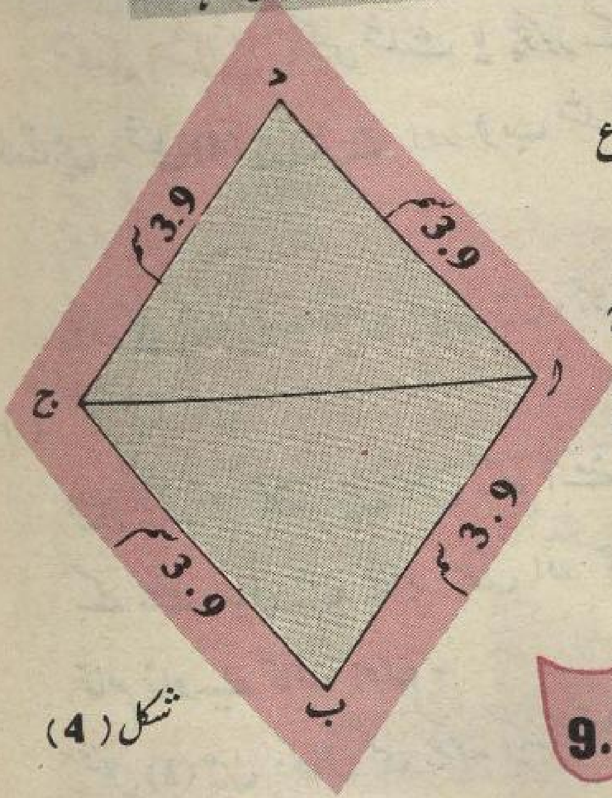
(3) **متوازی الاضلاع :**



شکل (3)

ایسی چوکور ہوتی ہے جس کے آمنے سامنے کے اضلاع لمبائی میں برابر ہوں۔
شکل (3) میں ضلع ج د لمبائی میں برابر ہے ضلع س ر کے۔ اسی طرح ضلع د ر لمبائی میں برابر ہے ضلع ج س کے۔ پس یہ ایک متوازی الاضلاع ہے۔

(4) **معیّن :**



شکل (4)

ایسی متوازی الاضلاع جس کے چاروں اضلاع لمبائی میں برابر ہوں، معیّن کہلاتی ہے۔
شکل (4) میں اضلاع ا ب ، ج د ، ب ج اور ا د تمام لمبائی میں برابر ہیں اور ہر ضلع کی لمبائی 3.9 سم ہے۔
پس یہ چوکور ایک معیّن ہے۔

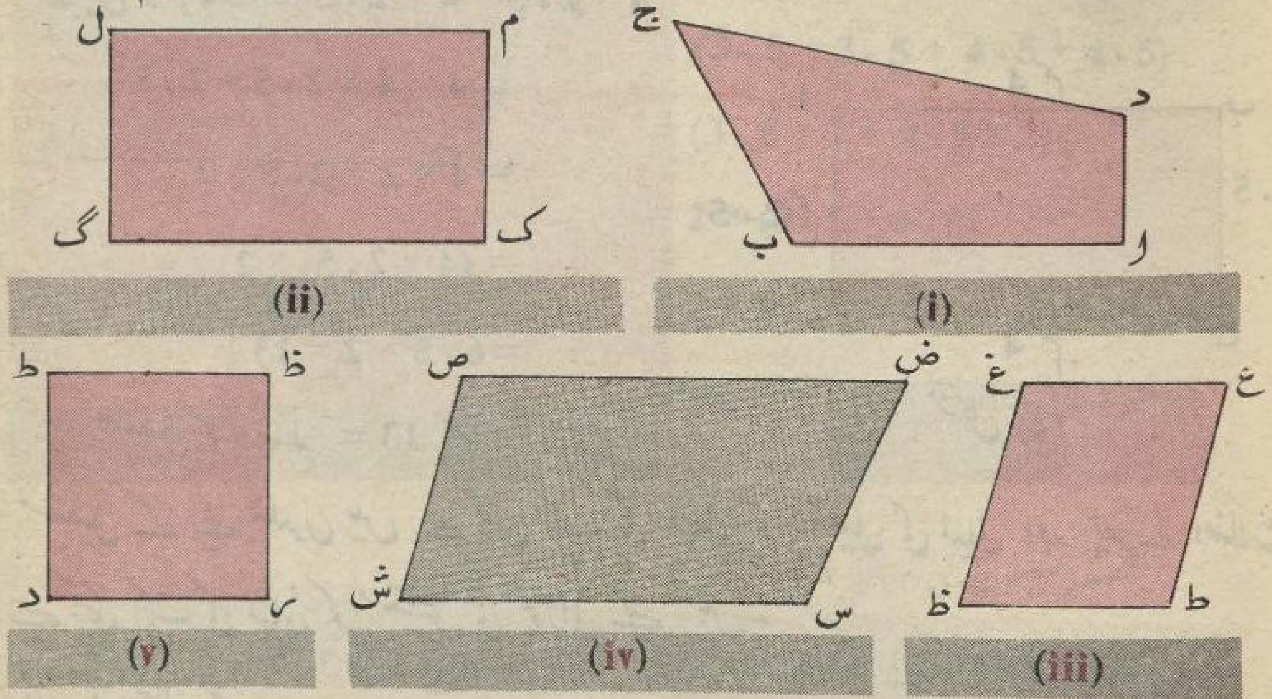
مشق 9.1

(1) مندرجہ ذیل کی تعریف کیجیے۔
(i) چوکور (ii) مستطیل (iii) مُربّع (iv) معیّن (v) متوازی الاضلاع

(2) کون کون سے بیانات درست ہیں اور کون کون سے غلط۔
(i) متوازی الاضلاع کے تمام زاویے قائمے ہوتے ہیں۔
(ii) متوازی الاضلاع کے آمنے سامنے کے ضلعے لمبائی میں برابر ہوتے ہیں۔
(iii) مُربّع کے متصلہ ضلعے لمبائی میں برابر ہوتے ہیں۔

(iv) مستطیل کے آمنے سامنے کے ضلعے لمبائی میں برابر ہوتے ہیں۔

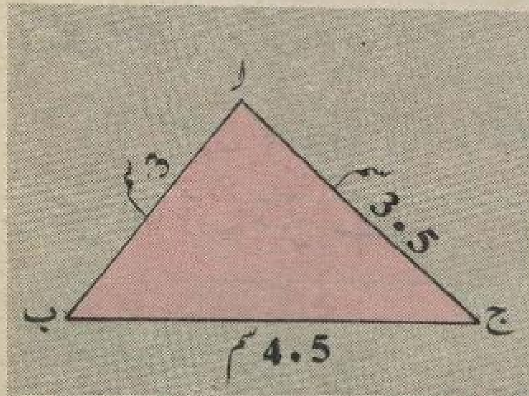
(3) ذیل میں دی ہوئی چوکوروں کے متعلق لکھیے کہ ان میں سے ہر ایک کس قسم کی چوکور ہے۔



9.3 مثلّث اور چوکور کا احاطہ :

احاطہ : کسی مثلّث یا چوکور کے تمام ضلعوں کی لمبائیوں کے مجموعے کو اس کا احاطہ کہتے ہیں۔

سامنے ایک مثلّث ا ب ج دِکھائی گئی ہے جس کے اضلاع کی لمبائیاں 3 سم، 4.5 سم اور 3.5 سم ہیں۔ اگر ہم ا سے روانہ ہو کر ب کی طرف چلیں۔ ب پر پہنچ کر ج کی طرف اور پھر ج سے چل کر آخر میں ا پر پہنچ جائیں تو کُل کتنا فاصلہ طے کریں گے۔



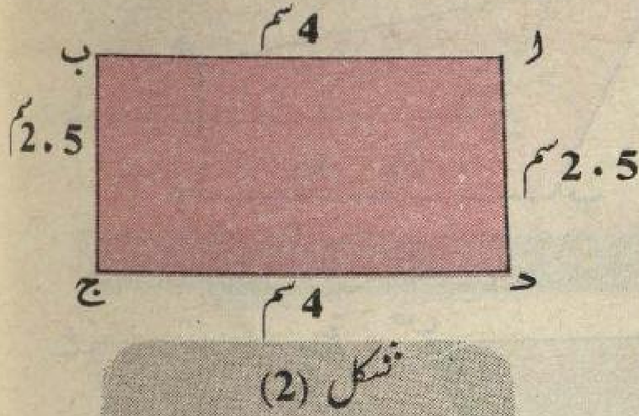
شکل (1)

ظاہر ہے طے کردہ فاصلہ 11 سم $3 + 4.5 + 3.5 = 11$

یہی مثلث ا ب ج کا احاطہ ہے۔

پس مثلث کا احاطہ = اس کے تینوں اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ

شکل (2) ایک مستطیل ہے۔



شکل (2)

مستطیل کا احاطہ = 4 + 2.5 + 4 + 2.5

= 4 + 4 + 2.5 + 2.5

= 4 × 2 + 2.5 × 2

= (4 + 2.5) × 2

= 6.5 × 2 = 13

مستطیل کا احاطہ = 13 سم

مستطیل کے لمبے ضلعوں میں سے کسی ایک کی لمبائی کو مستطیل کی لمبائی اور چھوٹے اضلاع میں سے کسی ایک کی لمبائی کو مستطیل کی چوڑائی کہتے ہیں۔

اُوپر کی مثال میں

مستطیل کی لمبائی = 4 سم

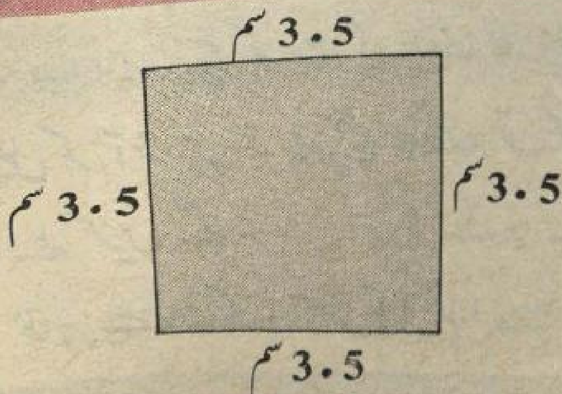
مستطیل کی چوڑائی = 2.5 سم

احاطہ = (4 + 2.5) × 2

پس معلوم ہُوا کہ

مستطیل کا احاطہ = (مستطیل کی چوڑائی + مستطیل کی لمبائی) × 2

شکل (3) ایک مُربع ہے۔



شکل (3)

مُربع کا احاطہ :

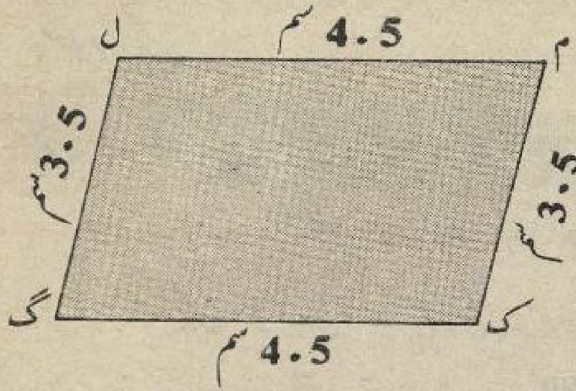
(3.5 + 3.5 + 3.5 + 3.5)

= 4 × 3.5

= (14 سم)

پس معلوم ہُوا کہ مُربع کا احاطہ = 4 × ضلع کی لمبائی

شکل (4) ایک متوازی الاضلاع ہے۔



شکل (4)

اس کا احاطہ:

(3.5 + 3.5 + 4.5 + 4.5)

= (3.5 × 2 + 4.5 × 2)

= 2 × (3.5 + 4.5)

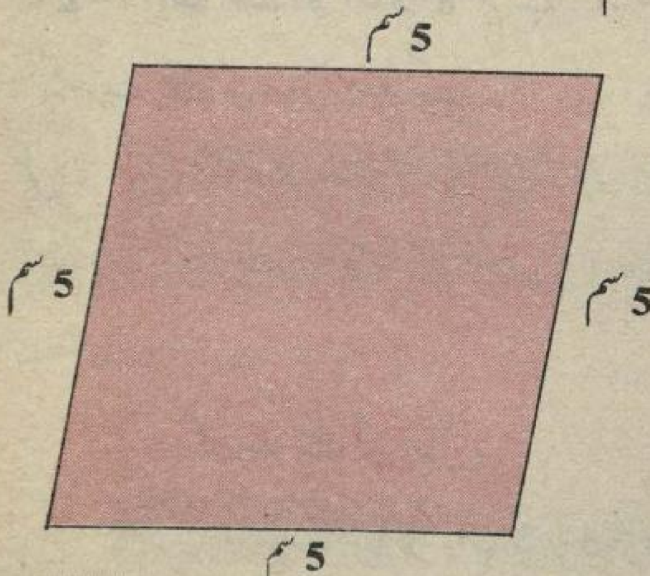
= 2 × 8

= 16 (سم)

متصلہ ضلعوں کی لمبائی 4.5 سم اور 3.5 سم ہے۔

پس متوازی الاضلاع کا احاطہ = (متصلہ ضلعوں کی لمبائیوں کا مجموعہ) × 2

شکل (5) ایک معیّن ہے جس کا ہر ضلع 5 سم لمبا ہے۔



شکل (5)

پس اس معیّن کا احاطہ:

5 + 5 + 5 + 5

= 4 × 5

= 20 سم

اس سے ظاہر ہے کہ

معیّن کا احاطہ = 4 × (ضلع کی لمبائی)

پس معلوم ہُوا کہ معیّن اور مربّع کا احاطہ معلوم کرنے کے لیے ایک ہی کلیہ ہے۔

مثال 1 : ایک مستطیل کھیت کا احاطہ 180 میٹر ہے۔ اس کی لمبائی 50 میٹر ہے اس کی چوڑائی معلوم کیجیے۔

حل :

مستطیل کھیت کا احاطہ = 180 میٹر

مستطیل کا احاطہ = لمبائی + چوڑائی کا دوگنا

پس (لمبائی + چوڑائی) × 2 = 180 میٹر

لمبائی + چوڑائی = $\frac{180}{2}$ = 90 میٹر

لیکن لمبائی = 50 میٹر

پس چوڑائی :

90 − 50 = 40

(40 میٹر)

مثال 2 : ایک مثلث کا احاطہ 8 سم ہے۔ دو ضلعوں میں سے ہر ایک کی لمبائی 2.5 سم ہے۔ تیسرے ضلعے کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل :

مثلث کا احاطہ = 8 سم

دو یکساں لمبائی کے ضلعوں کی لمبائیوں کا مجموعہ: (سم) 5 = (2.5) × 2

تیسرے ضلعے کی لمبائی :

8 − 5 = 3 (سم)

مشق 9.2

1- مثلثوں کا احاطہ معلوم کیجیے جس کے اضلاع کی لمبائیاں سینٹی میٹروں میں دی گئ ہیں۔

(i) 6, 8, 9.5 (ii) 7, 9, 11

2 - مستطیل کے احاطے معلوم کیجیے جس کے منتصلہ اضلاع کی لمبائیاں میٹروں میں دی گئی ہیں۔

(i) 4, 6 (ii) 8.5, 4.5 (iii) 20, 25.45

(iv) 40.2, 60.8

3 - متوازی الاضلاع کے احاطے معلوم کیجیے جس کے منتصلہ اضلاع کی لمبائیاں میٹروں میں دی گئی ہیں۔

(i) 8.3, 9.8 (ii) 45.5, 70.7

4 - مربّعوں کے احاطے معلوم کیجیے۔ جن کے ضلع کی لمبائی سینٹی میٹر میں دی گئی ہے۔

(i) 4.2 (ii) 10.8 (iii) 25.6

5 - معینوں کے احاطے معلوم کیجیے ۔جن کے ضلع کی لمبائی میٹر میں دی گئی ہیں۔

(i) 25 (ii) 36.3 (iii) 70.7

6 - چوکوروں کے احاطے معلوم کیجیے جن کے اضلاع کی لمبائیاں سینٹی میٹروں میں دی گئی ہیں۔

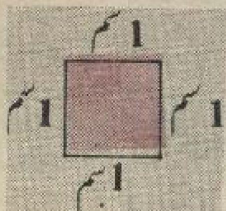
(i) 3, 4, 5.6, 7.2 (ii) 20, 24.2, 30.7, 35.8

7 - ایک مثلّث کا احاطہ 18 سم ہے۔ دو ضلعے لمبائی میں برابر ہیں۔ تیسرے ضلع کی لمبائی 8 سم ہے۔ برابر لمبائی والے ضلعوں میں سے ہر ایک کی لمبائی کتنی ہے ؟

8 - ایک مستطیل کا احاطہ 100 میٹر ہے۔ اس کا طول 30 میٹر ہے۔ اِس کا عرض کیا ہے ؟

9 - ایک متوازی الاضلاع کا احاطہ 26 سم ہے۔ ایک ضلع 6 سم لمبا ہے۔ اِس کے متصلہ ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

10 - ایک معیّن کا احاطہ 44 سم ہے۔ اس کے ہر ضلع کی لمبائی کیا ہے۔



شکل (1)

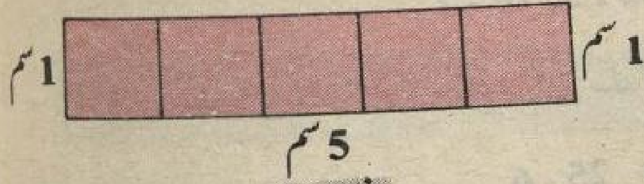
9.4 رقبہ :

شکل (1) میں ایک مربعی علاقہ دِکھایا گیا ہے اس کا ہر ضلع ایک سینٹی میٹر لمبا

ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ اس کا رقبہ ایک مُربّع سنٹی میٹر ہے۔

اسی طرح اگر کسی مربعی علاقے کا ضلع ایک میٹر ہو تو اس کا رقبہ ایک مربّع میٹر ہوگا۔
لمبائی کی اکائیاں سنٹی میٹر، میٹر ہوتی ہیں اور رقبے کی مربع سنٹی میٹر، مربّع میٹر ہوتی ہیں۔

شکل (2) میں ایک مستطیلی علاقہ دِکھایا گیا ہے۔ اِس کی لمبائی 5 سم اور چوڑائی 1 سم ہے۔ اِس کی لمبائی پر ایک ایک سم کے قطعات کے نشان لگا کر آمنے سامنے کے نشانات کو ملانے سے یہ علاقہ پانچ مربعی علاقوں میں تقسیم ہو جاتا ہے۔ یعنی اِس میں 5 مربع سنٹی میٹر شامل ہیں۔ پس ہم کہتے ہیں کہ

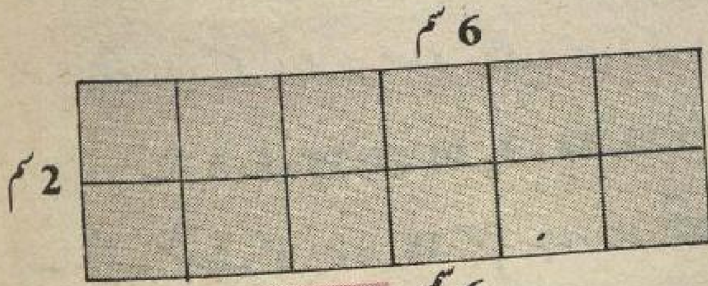


شکل (2)

اِس علاقے کا رقبہ = 1 × 5 مُربّع سم

= 5 مربّع سم

شکل (3) میں بھی ایک مستطیلی علاقہ دِکھایا گیا ہے۔



شکل (3)

اس کا طول کِتنا ہے ؟ 6 سم

اس کا عرض کِتنا ہے ؟ 2 سم

اس علاقے کو ایک ایک سنٹی میٹر ضلعے کے مربعی علاقوں میں تقسیم کرنے سے یہی پتا چلتا ہے کہ

کُل علاقے کا رقبہ = (2 × 6) مُربّع سنٹی میٹر

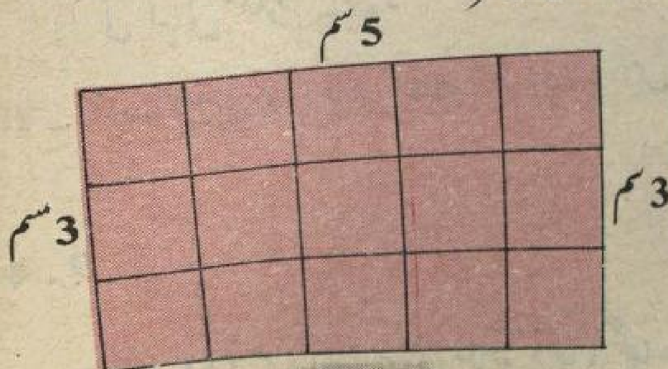
= 12 مُربّع سنٹی میٹر

شکل (4) میں دکھائے گئے مستطیلی

علاقے کا طول کیا ہے ؟ 5 سم

اس کا عرض کیا ہے ؟ 3 سم

اس علاقے کو ایک ایک سنٹی میٹر ضلع



شکل (4)

کے علاقوں میں تقسیم کرنے سے پتہ چلتا ہے کہ

کُل علاقے کا رقبہ = (3 × 5) مُربّع سینٹی میٹر

= 15 مُربّع سینٹی میٹر

اُوپر کی مثالوں سے صاف ظاہر ہے کہ کسی

مستطیلی علاقے کا رقبہ = مستطیل کی لمبائی × مستطیل کی چوڑائی

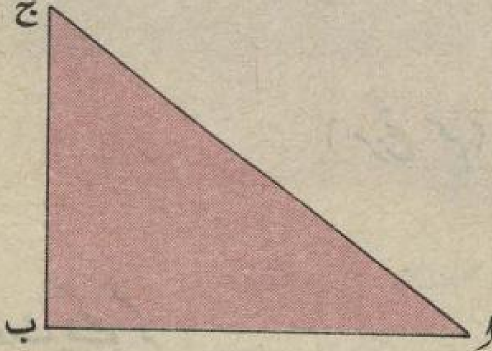
اگر کسی مستطیل کی لمبائی 8 سم اور چوڑائی 6 سم ہو تو اِس کا رقبہ

8 × 6 = 48

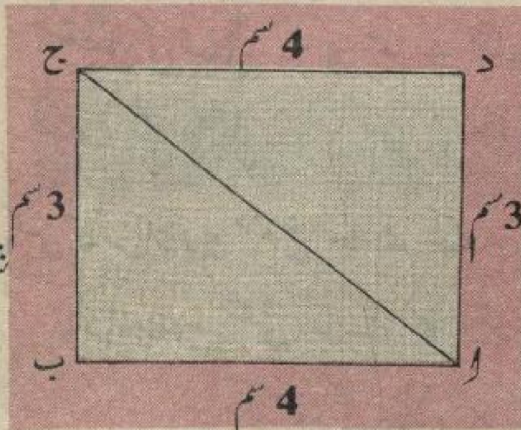
(48 مُربّع سینٹی میٹر)

9.5 قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقے کا رقبہ :

شکل (5) میں ایک قائمۃ الزاویہ مثلّث دِکھائی گئی ہے۔ اس کا زاویہ ب قائمہ ہے۔ ضِلع ا ج اس مثلّث کا وِتر کہلاتا ہے ضلع ا ب کو قاعدہ اور ضلع ب ج کو عمُود کہتے ہیں۔



شکل(5)



شکل(6)

شکل (6) پر غور کیجیے یہ ایک مستطیلی علاقہ ہے۔ اِس کی لمبائی 4 سم اور چوڑائی 3 سم ہے۔

اس کا رقبہ

4 × 3 = 12 (مُربّع سم)

نقاط ا اور ج کو قطعہ خط ا ج سے ملایا۔ مثلث ا ب ج قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔ کیونکہ زاویہ ب قائمہ ہے۔ اسی طرح مثلث ا ج د بھی قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔ جس میں زاویہ د قائمہ زاویہ ہے۔ اگر مستطیلی علاقے ا ب ج د کو قطعۂ خط ا ج پر کاٹیں تو یہ مستطیلی علاقہ دو یکساں قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقوں ا ب ج اور ا ج د میں تقسیم ہو جاتا ہے۔ اس کی تصدیق اس طرح کی جا سکتی ہے کہ ان مثلثی علاقوں کو اُوپر نیچے اس طرح رکھیں کہ دونوں ایک دُوسرے کو پُورا پُورا ڈھانپ لیں۔ پس دونوں مثلثی علاقے رقبے میں برابر ہیں۔

نوٹ: اساتذہ کرام اس کام کی وضاحت عملی طور پر کریں۔

پس معلوم ہُوا کہ شکل (6) میں ہر ایک قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقے کا رقبہ مستطیلی علاقے کے رقبے کا نصف ہے۔

لہٰذا قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقہ ا ب ج کا رقبہ :

$\frac{1}{2} \times$ (مستطیلی علاقے ا ب ج د کا رقبہ)

$= \frac{1}{2}(4 \times 3) = \frac{12}{3}$

$= \frac{12}{2}$

$= 6$ (مربع سم)

اب نوٹ کیجیے کہ

مستطیل کی لمبائی = 4 سم = مثلث ا ب ج کے قاعدے کی لمبائی

مستطیل کی چوڑائی = 3 سم = مثلث ا ب ج کے عمُود کی لمبائی

پس کسی قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقے کے رقبے کا مندرجہ ذیل کلیہ حاصل ہُوا۔

قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقے کا رقبہ:

$= \frac{1}{2} \times$ (عمُود کی لمبائی × قاعدہ کی لمبائی)

مثال 1: ایک قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔ جس کا قاعدہ 10 سم اور عمود 6 سم ہو۔

حل: قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقے کا رقبہ = (عمود کی لمبائی × قاعدہ کی لمبائی) × $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \times (10 \times 6)$

$= \frac{60}{2}$

= 30 (مربع سم)

رقبہ کی اکائیاں اور اُن کی ایک دوسرے میں تحویل

100 مربع ملی میٹر = 1 مربع سینٹی میٹر	100 مربع میٹر = 1 مربع ڈیکا میٹر
100 مربع سینٹی میٹر = 1 مربع ڈیسی میٹر	100 مربع ڈیکا میٹر = 1 مربع ہیکٹو میٹر
100 مربع ڈیسی میٹر = 1 مربع میٹر	100 مربع ہیکٹو میٹر = 1 مربع کلو میٹر

مشق 9.3

1۔ مستطیل کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے طول اور عرض مندرجہ ذیل ہیں۔

(i) 5 سم ، 4 سم   (ii) 126 سم ، 186 سم

(iii) 75 سم ، 92 سم   (iv) $5\frac{3}{4}$ ڈیسی میٹر ، $11\frac{1}{2}$ ڈیسی میٹر

(v) $7\frac{2}{5}$ میٹر ، $19\frac{4}{5}$ میٹر   (vi) 35.5 میٹر ، 25.5 میٹر

2۔ قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے قاعدے اور عمود کی لمبائیاں سینٹی میٹروں میں دی گئی ہیں۔

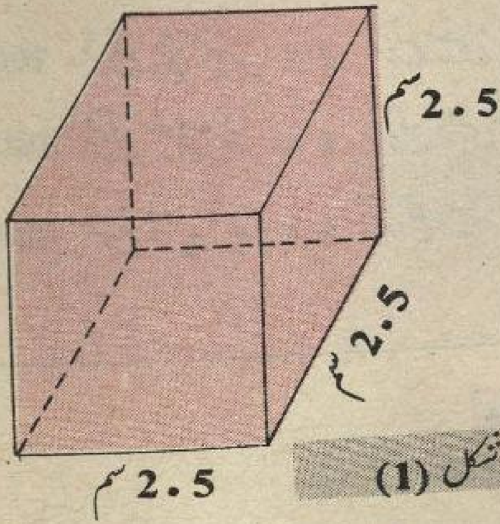
(i)	6, 9	(ii)	25, 30	(iii)	45, 55
(iv)	$4\frac{1}{2}$, 8	(v)	5.4, 8.3	(vi)	12.9, 6.8

3 - ایک مُربع ڈیسی میٹر میں کتنے مُربع ملی میٹر ہوتے ہیں ؟

4 - ایک مُربع ہیکٹو میٹر میں کتنے مُربع میٹر ہوتے ہیں ؟

9.6 مکعب، مکعب نُما اور حجم کا تصوّر :

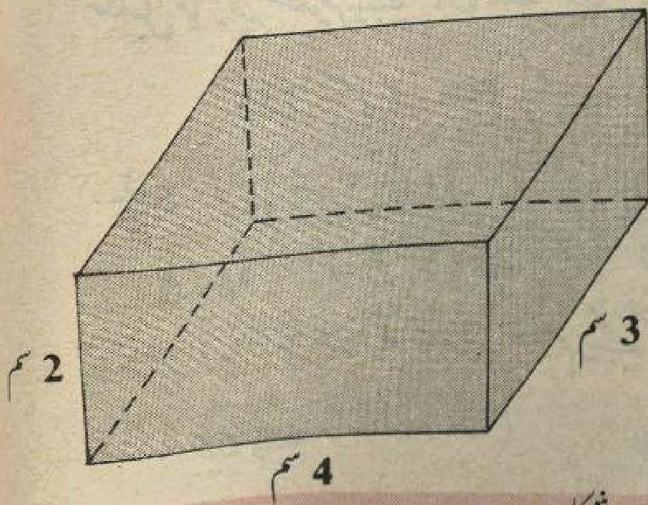
ہم جانتے ہیں کہ قطعہ خط کی صرف لمبائی ہوتی ہے۔ چوڑائی اور موٹائی نہیں ہوتی۔ مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی ہوتی ہے۔ موٹائی نہیں ہوتی۔ لیکن روز مرہ زندگی میں ہم جو چیزیں اکثر استعمال کرتے ہیں یا جو چیزیں ہمارے دیکھنے میں آتی ہیں مثلاً بِسکٹ، چائے کا ڈبہ، اینٹیں وغیرہ سبھی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی رکھتی ہیں۔ ایسی چیزوں کو جو لمبائی، چوڑائی اور موٹائی تینوں رکھتی ہوں مجسّم (حجم رکھنے والی) کہتے ہیں۔



شکل (1)

شکل (1) میں ایک اور مجسّم دکھایا گیا ہے۔ اس میں لمبائی، چوڑائی اور اُونچائی میں سے ہر ایک 2.5 سم ہے۔ ایسے مجسّم کو جس کی لمبائی، چوڑائی اور اُونچائی برابر ہوں مُکعب کہتے ہیں۔

پس شکل (1) ایک مکعب ہے۔



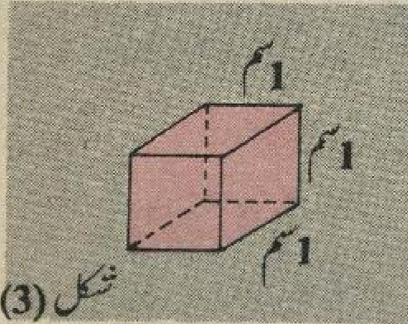
شکل (2)

شکل (2) میں ایک مجسّم دِکھایا گیا ہے اس کے سبھی بارہ کنارے اور 6 مستوی سطحیں ہیں۔ اس کی لمبائی 4 سم، چوڑائی 3 سم اور اونچائی 2 سم ہے۔ یعنی اس کے سبھی کنارے لمبائی میں برابر نہیں۔ اس کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی برابر نہیں۔ ایسا مجسّم مکعب نما کہلاتا ہے۔

اینٹ مکعب نما کی مثال ہے۔ مکعب نما کی بیرونی سطحیں مستطیلی ہوتی ہیں۔ ان میں سے بعض مربّع نما ہو سکتی ہیں۔ لیکن سبھی نہیں (یہ ایسی صورت میں ہوگا۔ جب مجسّم کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی میں سے کوئی دو برابر ہو جائیں) جبکہ مکعب کی سبھی سطحیں مربعی ہوتی ہیں۔

چھوٹی چیزیں کم اور بڑی چیزیں زیادہ جگہ گھیرتی ہیں۔ مثلاً ماچس کی ڈبیہ۔ کتاب کی نسبت کم جگہ گھیرتی ہے۔ جتنی جگہ کوئی مجسّم گھیرتا ہے۔ اِسے اس کا حجم یا جسامت کہتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ حجم کی پیمائش کے لیے بھی مناسب اکائیوں کی ضرورت ہوگی۔ لمبائی ماپنے کے لیے سینٹی میٹر، میٹر وغیرہ اکائیاں استعمال ہوتی ہیں۔ رقبے کے لیے مربّع سینٹی میٹر، مربّع میٹر وغیرہ اکائیاں اِستعمال کی جاتی ہیں۔

حجم کی پیمائش کے لیے مکعب سینٹی میٹر، مکعب میٹر وغیرہ اکائیاں کام دیتی ہیں۔ (ان کی تفصیل آگے دی جاتی ہے) یہ مکعب اکائیاں یا حجم کی اکائیاں کہلاتی ہیں۔



شکل (3)

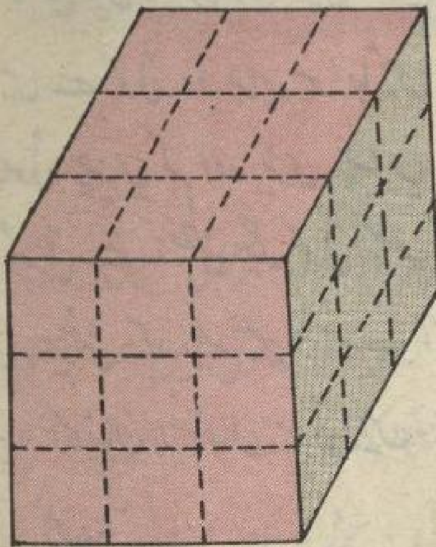
شکل (3) میں ایک مجسّم دِکھایا گیا ہے۔ اس کے بارہ کِنارے ہیں۔ اس کی 6 سطحیں ہیں اور آٹھ کونے ہیں۔ اِس میں تمام کنارے لمبائی میں برابر ہیں۔ ہر ایک کی لمبائی 1 سم ہے۔ تمام سطحیں مربّعی ہیں۔ جن میں سے ہر ایک کے ضلع کی لمبائی 1 سم ہے۔ اِس مجسّم کا حجم ایک مکعب سینٹی میٹر ہے۔

دُوسرے الفاظ میں ایک مکعب سینٹی میٹر سے مُراد ایسے مجسّم کا حجم ہے۔ جس کی لمبائی چوڑائی اور اُونچائی برابر ہوں اور ان میں سے ہر ایک 1 سم ہو۔

اِسی طرح ایک مکعب میٹر سے مُراد ایسے مجسّم کا حجم ہے جس کی لمبائی، چوڑائی اور اُونچائی برابر ہو اور ان میں سے ہر ایک 1 میٹر ہو۔

نوٹ: شکل میں بعض سطحیں متوازی نظر آ رہی ہیں۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ کسی مجسّم کی تمام سطحوں کو مستوی شکل میں ہوبہو ظاہر نہیں کیا جا سکتا۔

9.7 مکعب کا حجم :



شکل (4)

شکل (4) میں ایک مکعب دِکھایا گیا ہے۔ اس کا ہر کنارا 3 سم لمبا ہے۔ اسے مکعب سینٹی میٹروں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ مکعب سینٹی میٹروں کی اُوپر نیچے تین تہیں ہیں۔

ہر تہہ میں $9 = 3 \times 3$ مکعب سینٹی میٹر ہیں۔

تینوں تہوں میں

$27 = (3 \times 3) \times 3$ مکعب سینٹی میٹر ہیں۔

اِس سے معلوم ہوا کہ پُورے ٹھوس مکعب کا حجم

$3 \times 3 \times 3 = 27$ مکعب سنٹی میٹر ہے

پس

مکعب کا حجم = کنارے کی لمبائی × کنارے کی لمبائی × کنارے کی لمبائی

کِنارے کی لمبائی سے مُراد مکعب کے کِسی ایک کنارے کی لمبائی ہے کیونکہ سبھی کناروں کی لمبائی برابر ہے۔

9.8 مکعب نما کا حجم :

شکل (5) میں ایک مکعب نما دکھایا گیا ہے۔ جس کی لمبائی 4 سم، چوڑائی 2 سم اور اونچائی 3 سم ہے۔ اسے مکعب سینٹی میٹروں میں تقسیم کیا گیا ہے۔

مکعب سینٹی میٹروں کی اُوپر نیچے تین تہیں ہیں۔ ہر تہہ میں 4×2 مکعب سینٹی میٹر ہیں۔

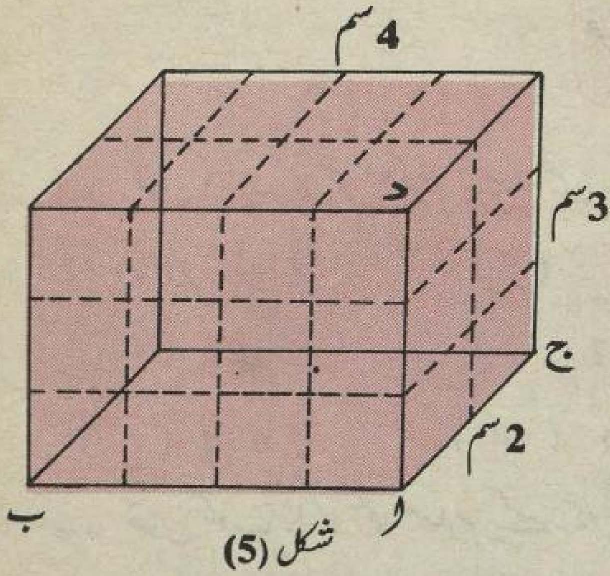
تینوں تہوں میں

24 = (4 × 2) × 3 مکعب سینٹی میٹر ہیں۔

اِس مثال سے ہمیں یہ کلیہ معلوم ہُوا کہ

مکعب نما کا حجم = (لمبائی × چوڑائی × بلندی) مکعب اکائیاں

کنارے اب، اج اور اد مکعب نما کے ہم سِرا کنارے ہیں۔



شکل (5)

پس

مکعب نما کا حجم = (ہم سِرا کناروں کا حاصل ضرب) مکعب اکائیاں

مکعب اور مکعب نما کے کُلیوں کے استعمال کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1 : پانی سے بھرے ہُوئے ایک حوض کی لمبائی، چوڑائی اور گہرائی 6 میٹر ہے۔ پانی کا حجم معلوم کیجیے۔

حل : پانی کا حجم = حوض کی لمبائی × حوض کی چوڑائی × حوض کی گہرائی

= 6 × 6 × 6

= 216 مکعب میٹر

مثال 2 : صابن کا ایک ڈبہ 28 سم لمبا، 20 سم چوڑا اور 8 سم اُونچا ہے۔ اس کا حجم معلوم کیجیے۔

حل : ڈبے کا حجم = ڈبے کی لمبائی × ڈبے کی چوڑائی × ڈبے کی اُونچائی

= 8 × 20 × 28

= 4480 مکعب سینٹی میٹر

مشق 9.4

1 - ٹھوس مکعب کا حجم معلوم کیجیے۔ جس کے کناروں کی لمبائیاں مندرجہ ذیل ہوں۔

(i)	5 سم	(ii)	8 سم	(iii)	25 میٹر
(iv)	45 میٹر	(v)	6.7 میٹر	(vi)	18.5 میٹر
(vii)	6.4 میٹر	(viii)	15.1 ڈیسی میٹر		

2 - ٹھوس مکعب نما کا حجم معلوم کیجیے۔ جس کے ہم سرا کناروں کی لمبائیاں مندرجہ ذیل ہیں۔

(i)	8 سم ، 6 سم ، 4 سم	(ii)	8.4 سم ، 7.2 سم ، 5.5 سم
(iii)	3.5 سم، 3.5 سم، 1.2 سم	(iv)	8.5 میٹر، 7.5 میٹر، 6.1 میٹر

جوابات

مشق 1

1- (i) 13 (ii) 19 (iii) 9 (iv) 8
(v) 18 (vi) 14 (vii) 4 (viii) 20

2- (i) XV (ii) VI (iii) XII (iv) XVI
(v) XVII (vi) III (vii) VIII (viii) XVIII

3- (v) (vi) (vii) (viii) (ix) (x)

4- (i) VIII (ii) XIV (iii) III (iv) IX

مشق 2.1

1- (i) دو (ii) 1 (iii) 1 (iv) دو

2- (i) 1, 2, 4 (ii) 1, 2, 4, 8 (iii) 1, 2, 5, 10,
(iv) 1, 3, 5, 15 (v) 1, 2, 4, 5, 10, 20, (vi) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

3- (i) 2 (ii) 3 (iii) 7

4- (i) 9 (ii) 42 (iii) 37 (iv) 79

5- مفرد اعداد : 17, 19, 31, 37 ، مرکب اعداد : 14, 21, 25, 27, 34, 40

6- 41, 43, 47

7- (i) نہیں (ii) نہیں (iii) ہاں (iv) ہاں
(v) نہیں (vi) ہاں (vii) ہاں (viii) ہاں

مشق 2.2

1 - (i) مرکّب (ii) مرکّب (iii) مرکّب (iv) مُفرد (v) مُفرد
(vi) مرکّب (vii) مُفرد (viii) مرکّب (ix) مفرد (x) مرکّب
(xi) مرکّب (xii) مُفرد

2 - (i) 2, 4 (ii) 3, 5 (iii) 2, 3, 4, 6
(iv) 2, 4, 5 (v) 2, 3, 6 (vi) 3, 5, 9
(vii) 2, 3, 4, 6 (viii) 3, 5, 9, (ix) کسی سے بھی نہیں
(x) 3, 5, 9 (xi) کسی سے بھی نہیں (xii) کسی سے بھی نہیں

مشق 2.3

1 - (i) 1 × 4, 2 × 2 (ii) 1 × 6, 2 × 3 (iii) 1 × 15, 3 × 5
(iv) 1 × 21, 3 × 7 (v) 1 × 25, 5 × 5 (vi) 1 × 49, 7 × 7
(vii) 1 × 121, 11 × 11 (viii) 1 × 169, 13 × 13

2 - (i) 2 × 2 × 3 × 3 × 3 (ii) 2 × 2 × 3 × 3 × 5
(iii) 3 × 7 × 11 (iv) 3 × 5 × 5
(v) 5 × 5 × 7 (vi) 2 × 2 × 17
(vii) 11 × 13 (viii) 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2
(ix) 2 × 2 × 2 × 5 × 13 (x) 2 × 3 × 5 × 7 × 11
(xi) 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 5
(xii) 2 × 2 × 3 × 3 × 11 × 11

مشق 3.1

1 - 1, 2, 4
2 - 1, 2
3 - 1, 5
4 - 1, 2, 4
5 - 1, 2, 4, 8
6 - 1, 3, 9
7 - 1, 2, 3, 4, 6, 12
8 - 1, 2, 4, 8
9 - 1, 2, 4
10 - 1, 2, 3, 6
11 - 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
12 - 1, 2, 4, 5, 10, 20
13 - 1, 3, 5, 15
14 - 1, 3, 5, 15
15 - 1, 7

مشق 3.2

1 - 7
2 - 9
3 - 16
4 - 17
5 - 1
6 - 20
7 - 12
8 - 26
9 - 1
10 - 1
11 - 9
12 - 12
13 - 8
14 - 11
15 - 15

مشق 3.3

1 - 15
2 - 12
3 - 5
4 - 30
5 - 40
6 - 60
7 - 45
8 - 27
9 - 11
10 - 10
11 - 16
12 - 30

مشق 3.4

1 - 17
2 - 16
3 - 18
4 - 22

5 -	96	6 -	160	7 -	19	8 -	23
9 -	8	10 -	1	11 -	2	12 -	5
13 -	2	14 -	1	15 -	1		

مشق 3.5

1 -	4	2 -	15	3 -	40	4 -	20
5 -	35	6 -	24	7 -	63	8 -	60
9 -	48	10 -	12	11 -	60	12 -	48

مشق 3.6

1 -	(i)	42	(ii)	120	(iii)	630
	(iv)	60	(v)	360	(vi)	60
2 -	(i)	390	(ii)	910	(iii)	1440
	(iv)	12 60	(v)	420	(vi)	288
	(vii)	900	(viii)	660	(ix)	4200
	(x)	3920				

مشق 4.1

1 -	$\frac{4}{13}$	2 -	$\frac{5}{12}$	3 -	$\frac{5}{26}$	4 -	$\frac{3}{14}$
5 -	$\frac{8}{15}$	6 -	$\frac{5}{8}$	7 -	$\frac{5}{14}$	8 -	$\frac{2}{3}$
9 -	$\frac{3}{4}$	10 -	$\frac{7}{19}$	11 -	$\frac{9}{16}$	12 -	$\frac{11}{20}$

13 – $\frac{18}{19}$	14 – $\frac{2}{3}$	15 – $\frac{59}{173}$	16 – $\frac{8}{9}$

مشق 4.2

7 – $1\frac{45}{52}$	8 – $12\frac{5}{24}$	9 – $23\frac{13}{34}$
10 – $8\frac{23}{60}$	11 – $\frac{17}{104}$	12 – $\frac{52}{187}$
13 – $\frac{1}{6}$	14 – $\frac{361}{390}$	15 – $2\frac{2}{35}$
16 – $\frac{19}{20}$	17 – $4\frac{11}{20}$	18 – $9\frac{1}{4}$
19 – $4\frac{53}{84}$	20 – $2\frac{223}{280}$	

مشق 4.3

4 – 8	5 – $1\frac{1}{84}$	6 – 28	7 – 8
8 – 15	9 – $24\frac{1}{12}$		

مشق 4.4

1 – 60	2 – 75	3 – 40	4 – 40
5 – 32	6 – 21	7 – $\frac{1}{15}$	8 – $\frac{1}{15}$
9 – $\frac{1}{27}$	10 – $\frac{7}{18}$	11 – $\frac{3}{5}$	12 – $\frac{2}{3}$
13 – $\frac{37}{115}$	14 – $\frac{3}{10}$	15 – $\frac{9}{35}$	16 – $\frac{3}{7}$

17- $\frac{3}{22}$ 18- $\frac{2}{9}$

مشق 4.5

1- $2\frac{1}{2}$ 2- $\frac{5}{6}$ 3- $1\frac{1}{4}$ 4- 2

5- $3\frac{9}{10}$ 6- $\frac{3}{10}$ 7- $1\frac{5}{9}$ 8- $\frac{68}{81}$

9- $11\frac{2}{3}$ 10- $\frac{9}{32}$ 11- $\frac{1}{21}$ 12- $\frac{33}{104}$

13- $2\frac{8}{45}$ 14- $2\frac{2}{11}$ 15- $1\frac{23}{28}$

مشق 4.6

1- $1\frac{1}{15}$ 2- $1\frac{7}{12}$ 3- $4\frac{5}{19}$ 4- $6\frac{1}{2}$

5- 24 6- 9 7- $5\frac{1}{6}$ 8- $5\frac{43}{60}$

9- $\frac{7}{9}$ 10- $\frac{5}{8}$

مشق 5.1

1- (i) 90 . 646 (ii) 3 . 035 (iii) 547 . 7081

(iv) 339 . 869 (v) 98 . 841 (vi) 1142 . 605

2-(i) کلوگرام 475 . 450, کلوگرام 270 . 045, کلوگرام 745 . 495, کلوگرام 205 . 405

کلومیٹر 625 . 370, کلومیٹر 959.070, , کلومیٹر 1584 . 44, کلومیٹر 333 . 7

3- (i) 13 . 554 (ii) 286 . 215

4- 4 . 352 5- 38 . 837 6- 300 . 221

7 - 14.755 8 - 655.635

مشق 5.2

1 - $\frac{1}{10}$ 2 - $\frac{1}{5}$ 3 - $\frac{1}{2}$ 4 - $\frac{1}{100}$

5 - $\frac{1}{4}$ 6 - $\frac{5}{8}$ 7 - $\frac{3}{4}$ 8- $\frac{3}{8}$ 9 - $\frac{1}{500}$

10 - $\frac{1}{40}$ 11 - $\frac{23}{40}$ 12 - $2\frac{11}{500}$ 13 - $51\frac{9}{200}$

14 - $262\frac{1}{125}$ 15 - $5\frac{27}{500}$ 16 - $6\frac{87}{200}$

مشق 5.3

1 - .06 2 - .20 3 - .023

4 - 2.15 5 - 41.251 6 - 40.041

7 - 101.003 8 - .017 9 - .112

10 - 4123.4, 41234, 412340

11 - 0.05, 0.5, 5

12 - 0.07, 0.7, 7

13 - 452.5, 4525, 45250

14 - 3136, 31360, 313600

15 - 2120.05, 21200.5, 212005

16 - 41072.3, 410723, 4107230

17 - 1

18 - 1

19 - 3.2

20- 13.5 21- 40 22- 72 23- 1.96
24- 2.88 25- 5.715 26- 9.495 27- 4.86
28- .032 29- 50.7 30- 4050.1 31- 539.58روپے

مشق 5.4

1- 0.45, 0.045 2- 99.99, 9.999
3- 10.07, 1.007 4- 0.05 5- .005
6- .016 7- 0.035 8- 0.09
9- 0.6 10- 461
11- 3.33 12- 38.1 13- 61.8
14- 3.7 15- 0.061 16- 319
17- 0.51 18- 279 19- 0.6
20- 0.85 21- 0.024 22 0.646
23- 5.25 روپے 24- 4.546 لٹر 25- 20 روپے

مشق 5.5

1- 0.99 2- 3 3- 2.4
4- 10 5- 0.14 6- 2
7- 7659
8- 1225 سینٹی میٹر 9- 5 ملی میٹر 10- 4.4 سینٹی میٹر
11- 6 منٹ 40 سیکنڈ 12- 2.25 میٹر

مشق 6.1

1- 2.70 روپے　　2- 5 میٹر　　3- 36 میٹر

4- 4 روپے　　5- 40 روپے　　6- 481 روپے

7- 1250 روپے　　8- 75 پیسے　　9- 9 روپے

10- 1.20 روپے

مشق 6.2

1- 144 روپے　　2- 3.70 روپے　　3- 10862.50 روپے

4- 387.10 روپے　　5- 1043 روپے　　6- 24 دن

7- 208.75 روپے　　8- 12 کلوگرام 500 گرام　　9- 60 مزدور

10- 450 کلومیٹر

مشق 7.1

1- $1\frac{1}{2}$ پارہ　　2- 3 رنز　　3- 65.50 کلومیٹر فی گھنٹا

4- 1220 روپے　　5- 24 کلوگرام　　6- 3.74 میٹر

7- (i) $3\frac{2}{5}$　(ii) 58　　8- 75 نمبر

9- 1.35 روپے　　10- 970 روپے　　11- 37.95° سینٹی گریڈ

12- 9 کلومیٹر فی گھنٹا۔

مشق 8.1

1- (i) شاہد، مدیحہ　(ii) 46 کلوگرام　(iii) 18 کلوگرام　(iv) اطہر

2- (i) 22 (ii) 33 (iii) 129

3- (i) 1 (ii) 3 (iii) 160 (iv) 200

4- (i) تربیلا ڈیم = 147 میٹر (ii) خان پور ڈیم = 51 میٹر

(iii) وارسک ڈیم = 72 میٹر، منگلا ڈیم = 114 میٹر

(iv) 72 میٹر 5- (i) 4 کروڑ 25 لاکھ (ii) 6 کروڑ 50 لاکھ (iii) 8 کروڑ 25 لاکھ

6- (i) 35 لاکھ گانٹھ (ii) 25 لاکھ گانٹھ (iii) 39 لاکھ گانٹھ

مشق 8.2

1- (i) 1976ء، 1977ء 1980ء، 1975ء (ii) 1980ء، 1975ء

(iii) 1978ء (iv) 1979ء (v) 50 میٹرک ٹن زیادہ رہی 20

(vi) 70 میٹرک ٹن

2- (i) اپریل، 350 روپے (ii) اکتوبر، 100 روپے (iii) 250 روپے

(iv) مارچ (v) اضافہ

3- (i) 20 % (ii) 50 % (iii) 1980ء (iv) ہاں

(v) 1970ء، 1940ء 4- (i) پنجم بی 45 (ii) پنجم سی 38 (iii) 40 اور 42

مشق 9.1

1- طلبہ خود حل کریں۔

2- (i) غلط (ii) درست (iii) درست (iv) درست

3- (i) سادہ چوکور (ii) مستطیل (iii) متوازی الاضلاع (iv) سادہ چکور

(v) مُربّع۔

مشق 9.2

1- (i) 23.5 سینٹی میٹر (ii) 27 سینٹی میٹر

2- (i) 20 میٹر (ii) 26 میٹر (iii) 90.9 میٹر (iv) 202 میٹر

3- (i) 36.2 میٹر (ii) 232.4 میٹر

4- (i) 16.8 سینٹی میٹر (ii) 43.2 میٹر (iii) 102.4 سینٹی میٹر

5- (i) 100 میٹر (ii) 145.2 میٹر (iii) 282.8 میٹر

6- (i) 19.8 سینٹی میٹر (ii) 110.7 سینٹی میٹر

7- 5 سینٹی میٹر 8- 20 میٹر 9- 7 سم 10- 11 سم

مشق 9.3

1- (i) 20 مربع سم (ii) 23436 مربع سم (iii) 6900 مربع سم

(iv) $66\frac{1}{8}$ مربع ڈیسی میٹر (v) $146\frac{13}{25}$ مربع میٹر (vi) 905.25 مربع میٹر

2- (i) 27 مربع سینٹی میٹر (ii) 375 مربع سینٹی میٹر (iii) 1237.5 مربع سم

(iv) 18 مربع سم (v) 22.41 مربع سم (vi) 43.86 مربع سم

3- 10000 مربع ملی میٹر

4- 10000 مربع میٹر

مشق 9.4

1- (i) 125 مکعب سم (ii) 512 مکعب سم (iii) 15625 مکعب میٹر

(iv) 91125 مکعب میٹر (v) 300.763 مکعب میٹر (vi) 6331.625 مکعب میٹر

(vii) 262.144 مکعب میٹر　　(viii) 3442.951 مکعب ڈیسی میٹر

2- (i) 192 مکعب سینٹی میٹر　　(ii) 332.64 مکعب سم

(iii) 14.7 مکعب سم　　(iv) 388.[illegible]5 مکعب میٹر

اپیل

کتاب بہترین ساتھی ہے
اس سے پیار کیجیے
اِسے ضائع ہونے سے بچائیے



پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ ایک قومی ادارہ ہے جو پنجاب کے طلبہ کے لیے معیاری اور سستی نصابی کتب بروقت مہیا کرنے کے لیے کوشش کرتا ہے مگر کچھ جعل ساز ناجائز منافع کے لیے بورڈ کی شائع کردہ کتب کے جعلی ایڈیشن گھٹیا کاغذ پر ناقص طباعت کے ساتھ مارکیٹ میں فروخت کرنے کی کوشش کرتے ہیں اور بورڈ کو مالی نقصان پہنچانے کے علاوہ اس کی بدنامی کا سبب بھی بنتے ہیں۔ طلبہ اور والدین سے توقع کی جاتی ہے کہ ایسی کتب کی اطلاع بورڈ کو دیں تاکہ ضروری سدِباب کیا جا سکے۔ بورڈ کی نصابی کتابوں کی نشاندہی بورڈ کے اس نشان خصوصی سے ہوتی ہے جو ہر کتاب کے سرورق پر چھپا ہوتا ہے۔

بورڈ کی کتابوں کے علاوہ طلبہ اضافی کتب خریدنے کے پابند نہیں ہیں۔ جماعت پنجم کے لیے صرف درج ذیل کتب ہی جائز ہیں۔

1 ــ اُردو کی پانچویں کتاب
2 ــ دینیات
3 ــ ابتدائی سائنس
4 ــ ریاضی
5 ــ معاشرتی عُلوم

سیّد فضل حسین
چیئرمین
پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ
21-ای-2-گلبرگ-3-لاہور

قومی ترانہ

پاک سرزمین شاد باد کِشورِ حسین شاد باد
تُو نشانِ عزمِ عالی شان ارضِ پاکستان
مرکزِ یقین، شاد باد

پاک سرزمین کا نظام قوّتِ اُخوّتِ عوام
قوم، مُلک، سلطنت پائندہ تابندہ باد
شاد باد منزلِ مُراد

پرچمِ ستارہ و ہلال رہبرِ ترقّی و کمال
ترجمانِ ماضی، شانِ حال جانِ استقبال
سایۂ خُدائے ذوالجلال

بہاروں کے رنگ
درختوں کے سنگ

تاریخ اشاعت	ایڈیشن	طباعت	تعداد اشاعت	قیمت	سیریل نمبر
مارچ 1989	اوّل	ہفتم	1,11,000	10-00	21046